Capitolo 4

IL SOLAIO ALVEOLARE IN SEMPLICE APPOGGIO:

STATO LIMITE DI ESERCIZIO

4.1 Generalità (*UNI EN 1992-1-1, cap. 7, DM 17/01/18, par. 4.1.2.2)*

Una struttura deve essere progettata e costruita in modo che rimanga adatta all'uso per il quale è prevista, in relazione alla vita presunta e al suo valore economico ed abbia adeguata durabilità in relazione ai costi di manutenzione. A tal fine, in fase progettuale deve essere controllato che la struttura in esercizio non superi determinati stati limite, i più comuni dei quali corrispondono a:

– stato limite di limitazione delle tensioni;

– stato limite di fessurazione;

– stato limite di deformazione.

Altri stati limite, come quello di vibrazione, di fatica o di degrado, possono essere importanti in particolari situazioni o strutture e qui non verranno presi in esame, così come quelli relativi agli stati limite di operatività e di danno per le azioni sismiche. Al fine delle verifiche per gli stati limite di esercizio si devono considerare le seguenti combinazioni delle azioni (*DM 17/01/18, par. 2.5.3*):

- Combinazione caratteristica, cosiddetta "rara", impiegata per gli SLE irreversibili:

$$G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \psi_{02}\cdot Q_{k2} + \psi_{03}\cdot Q_{k3} + ...$$

- Combinazione frequente, generalmente impiegata per gli SLE reversibili:

$$G_1 + G_2 + P + \psi_{11}\cdot Q_{k1} + \psi_{22}\cdot Q_{k2} + \psi_{23}\cdot Q_{k3} + ...$$

- Combinazione quasi permanente (SLE), generalmente impiegata per gli effetti a lungo termine:

$$G_1 + G_2 + P + \psi_{21}\cdot Q_{k1} + \psi_{22}\cdot Q_{k2} + \psi_{23}\cdot Q_{k3} + ...$$

Le regole generali relative ai diversi stati limite sono le seguenti:

– di norma, la rigidezza EI da assumere è quella corrispondente alla sezione non fessurata;

– la fessurazione del calcestruzzo deve essere presa in conto quando ha un effetto sfavorevole significativo sul comportamento strutturale;

– gli effetti reologici ovvero dipendenti dal tempo (ritiro, viscosità e rilassamento degli acciai), devono essere presi in conto qualora significativi (per le lastre alveolari tale situazione può verificarsi quando è prevista una soletta collaborante per cui la sezione è costituita da calcestruzzi di età diverse, o quando il momento dovuto al peso proprio è sensibilmente maggiore del momento di precompressione);

– devono essere verificate le deformazioni a breve e a lungo termine e risultare compatibili con le condizioni di impiego.

Nei solai alveolari in semplice appoggio, in condizioni ambientali sfavorevoli, la soletta superiore risulta peggiorativa per quanto riguarda le deformazioni a tempo infinito. Di contro se, pur trattandosi di semplice appoggio, si aggiungono ferri al negativo, questi a tempo infinito compensano le deformazioni incrementali.

4.2 Stato limite di tensione

4.2.1 Aspetti generali

Valutate le azioni interne nelle varie parti della struttura, dovute alle combinazioni caratteristica e quasi permanente delle azioni, si calcolano le massime tensioni sia nel calcestruzzo sia nelle armature; si deve verificare che tali tensioni siano inferiori ai massimi valori consentiti (presenti nel *D.M. 17/01/2018, par. 4.1.2.2.5*), riportati nel seguito in Tabella 4.1.

Limitazione tensionale	**Combinazione di carico**	
	Quasi permanente	**Caratteristica**
Calcestruzzo in compressione	0.45 f_{ck}	0.60 f_{ck}
	ridotti del 20% per spessori < 50 mm	
Armatura in trazione	–	0.80 f_{yk}

Tabella 4.1 Verifiche dello stato tensionale.

Più nel dettaglio, tensioni di compressione eccessive nel calcestruzzo in presenza dei carichi di esercizio possono favorire la formazione di fessure longitudinali e determinare o microfessurazione nel calcestruzzo o livelli di viscosità maggiori di quelli previsti. Se è ipotizzabile che il corretto funzionamento di un elemento possa essere influenzato negativamente da tali fenomeni, devono essere presi provvedimenti per limitare le tensioni a un livello appropriato. Per evitare una fessurazione o una deformazione inaccettabile sotto la combinazione caratteristica di carico, anche la tensione di trazione nell'armatura deve essere limitata.

4.2.2 Limitazioni di tensione nei pannelli alveolari

Per quanto riguarda le tensioni di trazione nel calcestruzzo indotte dalla flessione al rilascio dei trefoli, per evitare la formazione di fessure nella zona superiore tesa delle lastre alveolari, è opportuno che:

$\sigma_{ct,fl}\ (t=0) \leq f_{ctm}(t=0)$,

essendo $f_{ctm}(t=0)$, la resistenza a trazione media del calcestruzzo all'istante del rilascio.

In accordo con *UNI EN 1992-1-1 par. 5.10.2.2,* nel caso di elementi precompressi si raccomanda che la tensione di compressione nel calcestruzzo della struttura, indotta dalla forza di precompressione e dagli altri carichi agenti al momento della messa in tensione o del rilascio della precompressione, sia limitata a:

$\sigma_c \leq 0.6\ f_{ck}(t)$,

dove $f_{ck}(t)$ è la resistenza caratteristica a compressione del calcestruzzo all'istante *t*, quando esso è sottoposto alla forza di precompressione. Per elementi con armatura pretesa, la tensione nel calcestruzzo al momento del trasferimento della pretensione può essere aumentata fino a 0.7 f_{ck} (t), se si può dimostrare con prove o nella pratica che la formazione di fessurazioni longitudinali è impedita.

Nelle armature pretese, le tensioni iniziali devono rispettare la più restrittiva delle seguenti limitazioni:

$\sigma_{spi} < 0.9\ f_{p(0,1)k}$ $\sigma_{spi} < 0.8\ f_{ptk}$

ove si sostituisca $f_{p(1)k}$ o f_{pyk} a $f_{p(0,1)k}$ se del caso.

Le Norme Tecniche Italiane, di cui al *DM 17/01/18*, e la norma *UNI EN 1992-1-1 par. 7.2*, prescrivono inoltre che per le strutture precompresse le tensioni di esercizio nel calcestruzzo, a cadute avvenute, rispettino i limiti riportati in Tabella 4.1. Pertanto, sotto la combinazione di carico "caratteristica" la tensione di compressione nel calcestruzzo deve essere limitata al valore $\sigma_c < \mathbf{0.6f_{ck}}$, mentre per la combinazione "quasi permanente" delle azioni è opportuno che sia $\sigma_c < \mathbf{0.45f_{ck}}$, in modo da evitare uno sviluppo non-lineare della viscosità. In presenza di soletta collaborante, i limiti tensionali precedentemente indicati si applicano alle tensioni presenti a livello della fibra superiore della sola lastra prefabbricata.

Per quanto riguarda la limitazione delle tensioni in esercizio nelle armature da precompressione (*DM 17/01/18 par. 4.1.8.1.5)*, a perdite avvenute vale la limitazione indicata in Tabella 4.1, ove si sostituisca $f_{p(0,1)k}$, $f_{p(1)k}$ o f_{pyk} a f_{yk}.

4.2.2.1 Calcolo delle tensioni in caso di solaio rasato

Nel caso di strutture precompresse è generalmente richiesto che, sotto l'azione dei carichi quasi permanenti, le tensioni di trazione non superino la resistenza a trazione del materiale. Se tale limitazione è rispettata, le sezioni sono interamente reagenti, e le tensioni agenti possono essere determinate sfruttando l'ipotesi di comportamento elastico-lineare e il principio di sovrapposizione degli effetti, facendo riferimento alla rigidezza della sezione intera omogeneizzata (cavi compresi).

Lo stato di tensione nella sezione a fenomeni lenti esauriti per la combinazione quasi permanente delle azioni può essere determinato come sovrapposizione degli effetti dovuti alle perdite di precompressione e alle tensioni iniziali.

Partendo dal diagramma delle tensioni dovuto alla precompressione, le variazioni di tensione prodotte dal momento esterno dovuto alle azioni quasi permanenti M_{qp} si calcolano come:

$$\Delta\sigma_c = \frac{M_{qp}}{I_i}\, y \text{ nel calcestruzzo}$$

$$\Delta\sigma_p = n\frac{M_{qp}}{I_i}\, y \text{ nell'armatura di precompressione,}$$

essendo I_i il momento d'inerzia della sezione ideale e n il coefficiente di omogeneizzazione.

Le variazioni di tensione nella sezione causate dai fenomeni differiti nel tempo possono essere calcolate come:

$$\Delta\sigma_c = \frac{\Delta P}{A_c} + \frac{\Delta P\, z_{cp}}{I_c}\, y$$

in cui A_c e I_c rappresentano l'area e il momento d'inerzia della sezione di solo calcestruzzo, z_{cp} è la distanza tra l'armatura pretesa (nel caso di armatura su più strati si può assumere con qualche approssimazione il baricentro della medesima) e il baricentro della sezione di calcestruzzo, mentre ΔP può essere valutato come:

$$\Delta P = \Delta\sigma_{p,c+s+r}\, A_p,$$

essendo A_p l'area dell'armatura di precompressione.

Il termine $\Delta\sigma_{p,c+s+r}$, che tiene conto delle perdite di precompressione dovute all'accorciamento dell'armatura stessa per effetto dalla deformazione del calcestruzzo per viscosità e ritiro, e alla riduzione della tensione

nell'acciaio per effetto del rilassamento sotto tensione, può essere valutato in modo semplificato seguendo l'approccio proposto in *UNI EN 1992-1-1 par. 5.10.6(2).*

Nel caso dei pannelli alveolari, gli effetti del ritiro possono generalmente considerarsi notevolmente attenuati, in virtù dell'intervallo temporale che solitamente intercorre tra la loro produzione e la messa in opera.

La valutazione dello stato di tensione nella sezione sotto la combinazione caratteristica delle azioni prevede di considerare l'effetto dovuto ai carichi variabili agenti con la loro massima intensità. Supponendo che l'incremento dei carichi variabili avvenga a fenomeni lenti esauriti, il corrispondente incremento di tensione nel calcestruzzo (da sommarsi allo stato di tensione preesistente nella sezione, già noto) potrà calcolarsi come:

$$\Delta\sigma_c = \frac{\Delta N}{A_i} + \frac{\Delta M}{I_i} y$$

avendo indicato con ΔN e ΔM il corrispondente incremento delle sollecitazioni rispetto alla condizione di carico quasi permanente, e con A_i e I_i l'area e il momento d'inerzia della sezione ideale.

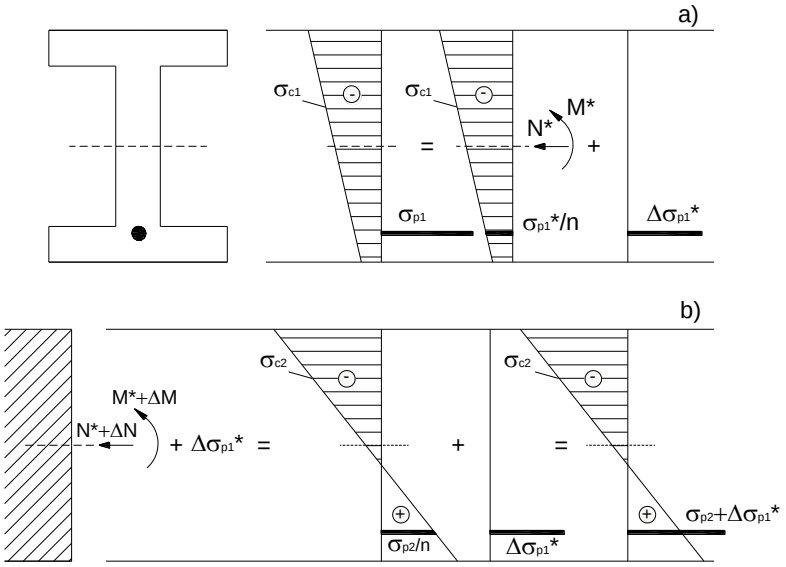

Figura 4.1 Calcolo dello stato tensionale nel caso di sezione fessurata.

Se la tensione complessiva nel calcestruzzo non supera la resistenza a trazione f_{ctm}, la sezione rimane interamente reagente e il valore trovato è corretto; diversamente, la sezione si parzializza e l'ipotesi di sovrapposizione degli effetti viene meno. In questo secondo caso, è possibile procedere in modo semplificato seguendo il procedimento di seguito descritto (*Debernardi, "Strutture in calcestruzzo armato precompresso"*). Anzitutto, come illustrato in Figura 4.1a, si decompone lo stato tensionale presente nei materiali prima dell'applicazione delle ulteriori azioni variabili (σ_{c1} nel calcestruzzo, σ_{p1} nell'armatura) in 2 parti:

1) una parte ad andamento lineare, considerando agenti nel calcestruzzo le tensioni σ_{c1}, e nell'armatura di precompressione le tensioni σ_{p1}^*, queste ultime proporzionali – tramite il coefficiente di omogeneizzazione n – alle tensioni nel calcestruzzo posto allo stesso livello dell'armatura. Questo stato di tensione può essere considerato associato ad una sollecitazione esterna di pressoflessione prodotta da N* ed M* (rispettivamente pari alla risultante e al momento risultante, rispetto al baricentro della sezione ideale, delle tensioni σ_{c1} e σ_{p1}^*).

2) una parte corrispondente alla variazione di tensione $\Delta\sigma_{p1}^*$, tale da ripristinare lo stato di tensione effettivo nell'armatura di precompressione, ovvero tale che: $\sigma_{p1} = \sigma_{p1}^* + \Delta\sigma_{p1}^*$.

Indicando con ΔN e ΔM l'incremento delle sollecitazioni rispetto alla condizione di carico quasi permanente prodotto dall'applicazione degli ulteriori carichi variabili, è possibile determinare lo stato di tensione finale con un calcolo elastico, nell'ipotesi di sezione parzializzata, considerando una sollecitazione esterna agente pari a $N^*+\Delta N$ e $M^*+\Delta M$ (Figura 4.1b). Per quanto concerne il calcestruzzo, la tensione σ_{c2} così trovata rappresenta proprio lo stato di tensione finale corrispondente alla combinazione caratteristica delle azioni. Per quanto riguarda l'armatura di precompressione, è invece necessario sommare $\Delta\sigma_{p1}^*$ di cui al punto 2) alle tensioni σ_{p2} dovute a $N^*+\Delta N$ e $M^*+\Delta M$ (Figura 4.1b).

4.2.2.2 Calcolo delle tensioni in caso di solaio con soletta collaborante

In una sezione composta, le tensioni a SLE si possono ottenere sommando tra loro le tensioni derivanti da diverse condizioni di carico, tenendo conto degli effetti dovuti al ritiro differenziale e alla viscosità. Le tensioni nella lastra prefabbricata, prima che la soletta diventi collaborante, sono prodotte da:

- forza di precompressione iniziale;

- peso proprio della lastra;

- eventuali carichi applicati durante la costruzione e peso del getto in opera;

- perdite di precompressione.

Una volta che la soletta diventa collaborante, le tensioni nella sezione composta derivano da:

- carichi applicati di natura permanente e variabile;

- ritiro differenziale e viscosità;

- perdite di precompressione avvenute dopo l'indurimento del calcestruzzo gettato in opera.

Se, a seguito dell'applicazione dei carichi esterni (ad esempio in combinazione quasi-permanente), la sezione composta rimane interamente reagente, lo stato tensionale nei materiali può essere determinato con il calcolo elastico, facendo riferimento all'intera sezione omogeneizzata col modulo elastico di un conglomerato (ad esempio quello del getto di completamento).

Se invece, a seguito dell'applicazione dei carichi esterni viene superata la resistenza a trazione del calcestruzzo e si ha parzializzazione della sezione, è necessario procedere in modo analogo a quanto descritto al paragrafo 4.2.2.1 per il solaio rasato.

In presenza di soletta collaborante, è tuttavia necessario tener conto della redistribuzione delle tensioni sotto carico costante, per effetto dei fenomeni differiti differenziali nei due calcestruzzi. A tale scopo, si può utilizzare il "metodo degli stati di coazione" (*Debernardi, "Strutture in calcestruzzo armato precompresso"*), utile ad esempio per valutare gli effetti del ritiro non uniforme. Con riferimento ad un intervallo temporale t_1-t_2 in cui le sollecitazioni esterne siano ipotizzate costanti, i due conglomerati saranno rispettivamente soggetti alle deformazioni impresse:

$$\bar{\varepsilon}_{c1} = \varepsilon_{cs1} + \sigma_{c1}(t_1)\frac{\varphi_1}{E_{c1}}$$

$$\bar{\varepsilon}_{c2} = \varepsilon_{cs2} + \sigma_{c2}(t_1)\frac{\varphi_2}{E_{c2}}$$

avendo indicato con φ_i e ε_{csi} (con i=1,2) il coefficiente di deformazione viscosa e il ritiro dei due calcestruzzi.

Sotto l'ipotesi che la sezione si mantenga piana nell'intervallo temporale in esame, si ha quindi:

$$\Delta\varepsilon_{el} + \bar{\varepsilon}_c = \lambda + \mu\, y$$

in cui λ e μ rappresentano le variazioni di deformazione della fibra baricentrica e la variazione di curvatura, e in cui y viene valutata a partire dall'asse baricentrico della sezione reagente omogeneizzata. Si può quindi scrivere:

$$\Delta\sigma_{c1}(t_2,t_1) = E_{c1}\,(\lambda + \mu\, y - \bar{\varepsilon}_{c1})$$
$$\Delta\sigma_{c2}(t_2,t_1) = E_{c2}\,(\lambda + \mu\, y - \bar{\varepsilon}_{c2})$$
$$\Delta\sigma_{p}(t_2,t_1) = E_{p}\,(\lambda + \mu\, y) - \Delta\sigma_{rilassamento}$$

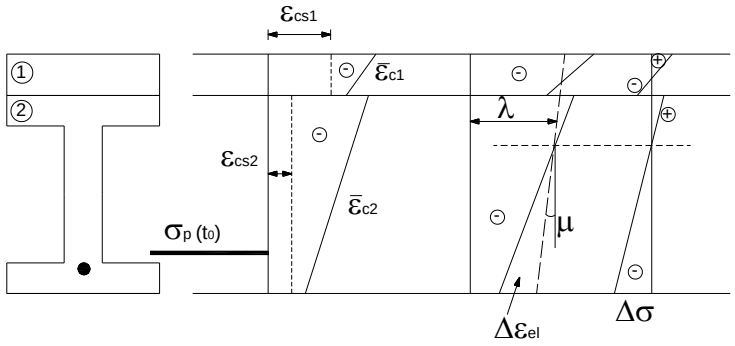

Figura 4.2 Variazione di tensione prodotte dalle deformazioni impresse nei due calcestruzzi.

Poiché tuttavia le variazioni di sollecitazione agente sono nulle nell'intervallo t_1-t_2, valgono le condizioni:

$$\int_A \Delta\sigma\, dA = 0 \quad \text{e} \quad \int_A \Delta\sigma\, y\, dA = 0\,,$$

da cui è possibile ricavare i coefficienti incogniti λ e μ:

$$\lambda = \frac{1}{A_0}\left[\int_{A_{c1}} \bar{\varepsilon}_{c1}\, dA_{c1} + \frac{E_{c2}}{E_{c1}} \int_{A_{c2}} \bar{\varepsilon}_{c2}\, dA_{c2} + \sum \Delta\sigma_{rilassamento}\, A_p\right]$$

$$\mu = \frac{1}{J_0}\left[\int_{A_{c1}} \bar{\varepsilon}_{c1}\, y\, dA_{c1} + \frac{E_{c2}}{E_{c1}} \int_{A_{c2}} \bar{\varepsilon}_{c2}\, y\, dA_{c2} + \sum \Delta\sigma_{rilassamento}\, y\, A_p\right]$$

essendo A_0 e J_0 l'area e il momento d'inerzia della sezione composta omogeneizzata.

Lo stato di tensione al tempo t_2 può quindi essere determinato sommando allo stato tensionale agente al tempo t_1, la variazione di tensione valutabile con le relazioni sopra riportate. Volendo incrementare la precisione dei risultati, è sufficiente suddividere l'intervallo di tempo considerato in sotto-intervalli e applicare per ciascuno di essi il procedimento descritto.

Si cita qui inoltre un metodo alternativo per il calcolo della redistribuzione delle tensioni in presenza di soletta collaborante, proposto nel Manuale fib *Composite floor structures* (1998). Tale metodo prevede di considerare le seguenti fasi (Figura 4.3):
1) scorporare la struttura negli strati componenti rendendoli indipendenti tra loro;
2) calcolare la deformazione libera di ciascun strato;
3) applicare forze e momenti (N_i ed M_i) che "riportino" gli strati componenti alla loro originale dimensione;
4) connettere gli strati così da formare una sezione composta;

5) calcolare le azioni N_0 ed M_0, riferite al baricentro della sezione composta, che risultano equivalenti alle azioni N_i ed M_i, ed applicarle alla sezione composta con segno opposto.

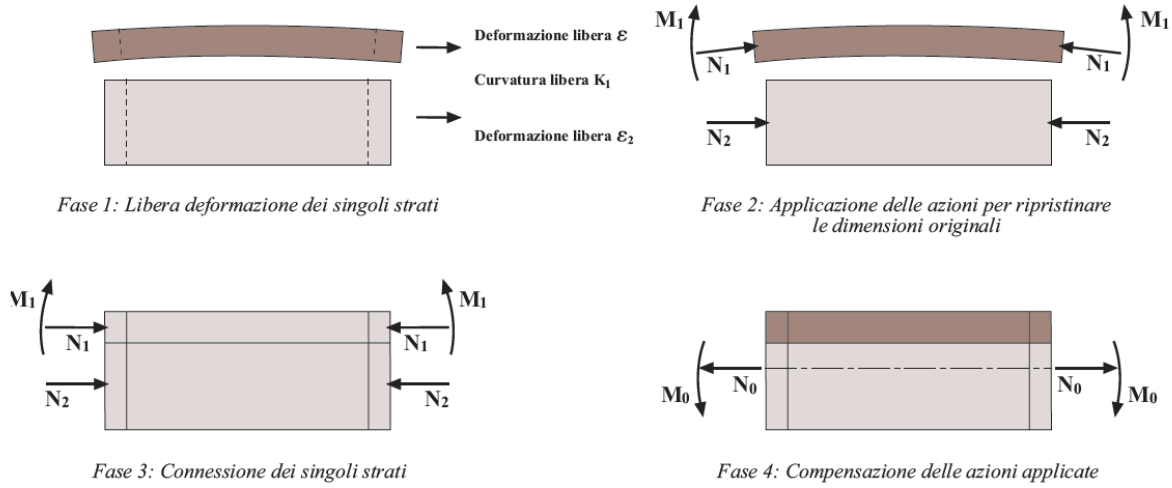

Figura 4.3 Fasi da considerare per il calcolo della ridistribuzione delle tensioni in sezioni composte (tratto da FIP Guide to good practice - Composite floor structures, 1998).

4.3 Stato limite di fessurazione

4.3.1 Considerazioni generali (*UNI EN 1992-1-1 e DM 17/01/18*)

La fessurazione nelle strutture in calcestruzzo armato può risultare da sollecitazioni di flessione, taglio, torsione o trazione, oppure da sforzi derivanti dall'applicazione di un carico diretto o da deformazioni imposte impedite. Le fessure possono anche essere generate da altre cause, come ritiro plastico o reazioni chimiche espansive all'interno del calcestruzzo indurito.

La fessurazione deve essere limitata ad un livello tale da non pregiudicare il corretto funzionamento o durabilità della struttura, o da renderne inaccettabile l'aspetto. Il controllo delle fessure deve essere effettuato con riferimento alle condizioni ambientali che, secondo *UNI EN 1992-1-1 par. 4.2 p(1),* comprendono l'insieme delle azioni chimiche e fisiche alle quali l'elemento strutturale è esposto in aggiunta alle azioni meccaniche. Va pertanto stabilita una limitazione della massima ampiezza di calcolo delle fessure w_{max} che tenga conto della funzione e della natura della struttura e dei costi inerenti al contenimento delle fessure. In relazione alle diverse condizioni ambientali, che il *DM 17/01/18* suddivide in ordinarie, aggressive e molto aggressive, come riportato in Tabella 4.2, i valori di apertura massima delle fessure w_{max} imposti dalla normativa in presenza di acciaio da precompressione (armatura sensibile) sono riportati nella Tabella 4.3 (ripresa da *DM 17/01/18, Tab. 4.1.IV).*

Condizioni ambientali	**Classe di esposizione**
Ordinarie	X0, XC1, XC2, XC3, XF1
Aggressive	XC4, XD1, XS1, XA1, XA2, XF2, XF3
Molto aggressive	XD2, XD3, XS2, XS3, XA3, XF4

Tabella 4.2 Descrizione delle condizioni ambientali (DM 17/01/2018, Tab. 4.1.III), per le relative classi di esposizione, come definite in UNI EN 1992-1-1, Tab. 4.1.

Condizioni ambientali	Combinazione di azioni	Stato limite	w_{max} (mm)
Ordinarie	frequente	apertura fessure	0.3
	quasi-permanente	apertura fessure	0.2
Aggressive	frequente	apertura fessure	0.2
	quasi-permanente	decompressione	-
Molto aggressive	frequente	formazione fessure	-
	quasi-permanente	decompressione	-

Tabella 4.3 Valori di w_{max} (mm) raccomandati da DM 17/01/2018, Tab. 4.1.IV, per le relative classi di esposizione.

Per i solai ad armatura pretesa l'esigenza fondamentale è la protezione delle armature di precompressione dalla corrosione. Dall'esame della Tabella 4.3 si osserva infatti che per le classi di esposizione molto aggressive è di fatto inibita ogni trazione, auspicando semmai la permanenza di un residuo di precompressione. Per le classi di esposizione da ordinarie ad aggressive è invece appropriato definire uno stato limite di apertura controllata delle fessure.

In generale, la relazione tra effetto delle azioni e proprietà resistenti dei materiali in termini di ampiezze di fessure può porsi come:

$w_k \leq w_{Rk}$

con:

w_k = ampiezza di calcolo delle fessure sotto la combinazione carico di SLE di riferimento;

w_{Rk} = ampiezza limite di progetto delle fessure (valori di soglia ritenuti ammissibili).

Per gli elementi precompressi, la cui durabilità può essere influenzata dalla fessurazione in modo più critico, in assenza di requisiti più dettagliati, per le classi di esposizione ordinarie e aggressive, occorre quindi controllare che sotto la combinazione di azioni "frequenti" l'ampiezza di calcolo della fessura w_k, risulti inferiore ai valori di w_{max} riportati in Tabella 4.3. Pertanto occorre verificare che:

$w_k \leq w_{max}$.

Il limite di decompressione richiede inoltre che ogni parte delle armature di precompressione o delle guaine rimanga almeno 25 mm all'interno del calcestruzzo compresso.

Misure particolari per limitare la fessurazione possono essere necessarie per elementi soggetti alla classe di esposizione XD3. La scelta delle misure adeguate dipende dalla natura dell'aggressivo chimico presente.

Le ampiezze delle fessure possono essere calcolate secondo quanto specificato in *UNI EN 1992-1-1, par. 7.3.4.* Un metodo alternativo semplificato può essere quello di limitare il diametro delle barre o la loro spaziatura, secondo quanto riportato in *UNI EN 1992-1-1, par. 7.3.3.*

4.3.2 Stato limite di decompressione

È lo stato limite in corrispondenza del quale è previsto che la massima tensione principale in corrispondenza della fibra inferiore del solaio soggetto a momento positivo risulti minore o uguale a zero. Le tensioni sono calcolate in base alle caratteristiche geometriche e meccaniche della sezione omogeneizzata non fessurata.

Il soddisfacimento di questo stato limite può essere espresso in termini di momento o di tensioni. In termini di sollecitazioni, vale la disuguaglianza:

$M_{Sk} \leq M_d$

in cui:

M_{Sk} = momento sollecitante da valutare sotto la combinazione di carico frequente;

M_d = momento resistente o di decompressione

Dal punto di vista operativo, possono considerarsi le situazioni fondamentali riportate nel seguito.

Solai senza soletta collaborante

Operando in campo elastico, in base alla tensione di precompressione a perdite scontate (istantanee e differite) σ_{cp} (di compressione, quindi con segno negativo) oppure in base alla forza finale di precompressione $P_{mi,\infty}$ nell'armatura inferiore, la sequenza dei diagrammi di sollecitazione riportata in Fig. 4.4 si può tradurre nella seguente relazione:

$$\sigma_{cp} + \frac{M_{Sk}}{W_{t\,inf}} \leq 0\,,$$

con $W_{t\,inf}$ = modulo di resistenza a flessione, inferiore, della sezione omogeneizzata.

ovvero: $\boldsymbol{\sigma}_{cp} W_{t\,inf} + M_{Sk} \leq 0$ e $P_{mi,\infty}\left(e_i + \frac{W_{t\,inf}}{A_i}\right) + M_{Sk} \leq 0\,,$

dove e_i rappresenta la distanza tra il baricentro dell'armatura di precompressione inferiore e il baricentro della sezione ideale ed A_i rappresenta l'area della sezione omogeneizzata.

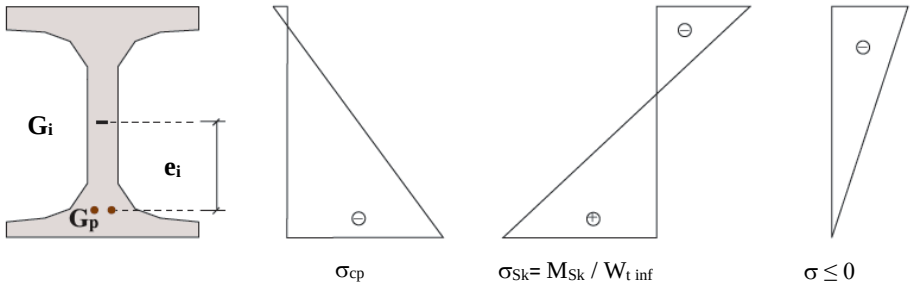

Figura 4.4 Analisi delle tensioni agenti.

Affinché la verifica dello stato limite di decompressione sia soddisfatta occorre verificare che:

$M_{Sk} \leq M_d = |\boldsymbol{\sigma}_{cp}|\, W_{t\,inf.}$

Come si rileva dalla classificazione delle condizioni ambientali, il campo di applicazione dello Stato Limite di decompressione è piuttosto esteso, per cui esso richiede particolare attenzione sotto il profilo progettuale.

Il modulo di resistenza $\mathbf{W_{t\,inf}}$ (riferito al lembo inferiore della sezione) è un parametro solitamente tabulato per ogni altezza di solaio e combinazione d'armatura.

Solai con soletta collaborante

Normalmente le resistenze caratteristiche dei materiali, ovvero del calcestruzzo della soletta e dell'elemento prefabbricato, stanno fra loro all'incirca nel rapporto 1 contro 2: ciò significa che il rapporto fra i moduli elastici vale circa 1.2÷1.35 e le deformazioni viscose risultano proporzionali ai moduli elastici, per i carichi di

lunga durata. Con questa premessa è possibile attuare una soluzione approssimata del calcolo della decompressione in campo elastico. Occorre innanzitutto calcolare il modulo di resistenza della sezione composta costituita dalla lastra alveolare e dalla soletta.

Utilizzando la simbologia riportata in Figura 4.5, la distanza $y_{0,i}$ tra il baricentro della sezione composta e il lembo inferiore del pannello può essere calcolata attraverso la seguente:

$$y_{0,i} = \frac{y_i E_c A_i + (s/2 + h) E'_c A_s}{E_c A_i + E'_c A_s},$$

essendo:

y_i = distanza del baricentro della sezione ideale della lastra precompressa rispetto al lembo inferiore;

A_i = area ideale della lastra precompressa

h = altezza della lastra alveolare

E_c = modulo di elasticità del calcestruzzo precompresso

s = spessore della soletta

A_s = area della soletta collaborante

E'_c = modulo di elasticità del calcestruzzo costituente la soletta.

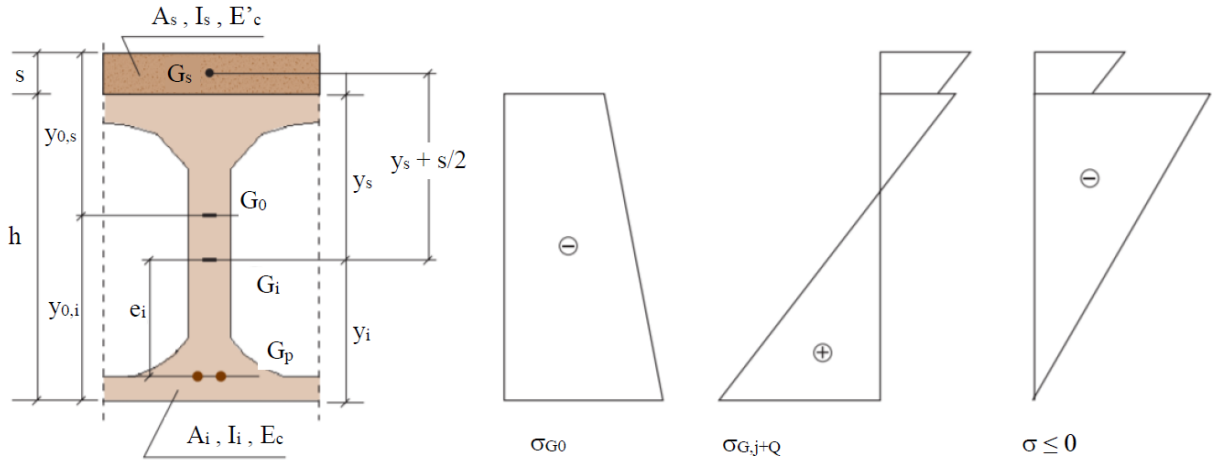

Figura 4.5 Analisi delle tensioni agenti nel manufatto e nella soletta collaborante.

Indicando con n il rapporto tra il modulo elastico del calcestruzzo delle lastra precompressa e quello della soletta:

$$n = \frac{E_c}{E'_c},$$

si può calcolare il momento d'inerzia della sezione composta rispetto al proprio asse baricentrico come:

$$I_0 = I_i + A_i\left(y_{0,i} - y_i\right)^2 + \frac{I_s}{n} + \frac{A_s}{n}\left(h + \frac{s}{2} - y_{0,i}\right)^2 .$$

Il modulo di resistenza della sezione composta rispetto al lembo inferiore del pannello ($W'_{t0,\,inf}$) risulta pertanto:

$$W'_{t0\,inf} = \frac{I_0}{y_{0,i}} .$$

Indicando con σ_{G0} la tensione sulla lastra dopo l'applicazione della precompressione e del peso proprio:

$\sigma_{G0} = \sigma_{cp} + M_{G0} / W_{t\,inf}$

e con $W_{t\,inf}$ modulo di resistenza inferiore del solo pannello, lo stato di sollecitazione derivante dai carichi permanenti ed accidentali che porta al raggiungimento del momento di decompressione M_d, può essere ancora calcolato attraverso la sovrapposizione degli effetti (Fig. 4.5) attraverso la seguente:

$\sigma_{G,i+Q} = (M_d - M_{G0}) / W'_{t0\,inf}$,

essendo $W'_{t0\,inf}$ il modulo di resistenza della sezione composta (pannello e soletta), riferito al lembo inferiore del pannello.

Il momento M_d di decompressione nel caso di sezione composta è quindi ottenibile sviluppando la seguente equazione:

$\sigma_{cp} + M_{G0} / W_{t\,inf} + (M_d - M_{G0}) / W'_{t\,inf} = 0$,

da cui, ponendo $\alpha = W'_{t0\,inf} / W_{t\,inf}$ si ha:

$M_d = |\sigma_{cp}|\, W'_{t0\,inf} + M_{G0}\,(1 - \alpha)$.

Affinchè la verifica dello stato limite di decompressione sia soddisfatta occorre verificare che:

$M_{Sk} \leq M_d$.

4.3.3 Stato limite di formazione delle fessure

In accordo alla definizione data nel *DM 17/01/2018 par. 4.1.2.2.4*, lo stato limite di formazione delle fessure è quello per il quale, per la combinazione di carico prevista, la tensione normale di trazione nella fibra più sollecitata è $\sigma_t = f_{ctm} / 1.2$, essendo f_{ctm} la resistenza media a trazione assiale del calcestruzzo. Per la determinazione del corrispondente momento di formazione della fessura si deve distinguere tra il caso di solaio rasato e quello con soletta collaborante.

Solai senza soletta collaborante

La valutazione preliminare del momento di formazione della fessura M_f dipende dal modello che si assume per descrivere il comportamento del calcestruzzo teso. Facendo riferimento ad un comportamento elastico-fragile conservativo, la fessurazione si manifesta allorché la tensione al lembo inferiore raggiunge la resistenza limite $\sigma_t = f_{ctm}/1.2$.

Secondo *UNI EN 1992-1-1*, *par. 7.1 (2)*, si deve di regola considerare fessurata la sezione se la massima tensione di trazione nel calcestruzzo dovuta alla flessione supera la resistenza f_{ctm}.

Pertanto con le indicazioni di Fig. 4.6, imponendo:

$\sigma_{cp} + M_f / W_{t\,inf} = \sigma_t$

si ottiene:

$M_f = (|\sigma_{cp}| + \sigma_t)\, W_{t\,inf}$

Ovvero:

$M_f = P_{mi,\infty}\, (e_i + W_{t\,inf} / A_i) + \sigma_t\, W_{t\,inf}$

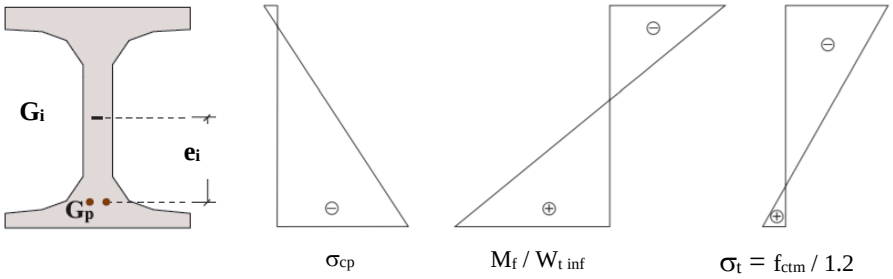

Figura 4.6 Analisi delle tensioni nella sezione in esame per valutare lo Stato Limite di fessurazione.

Solai con soletta collaborante

Con procedimento analogo a quello adottato senza soletta collaborante si può scontare l'effetto del peso proprio ponendo (vedi Fig. 4.7):

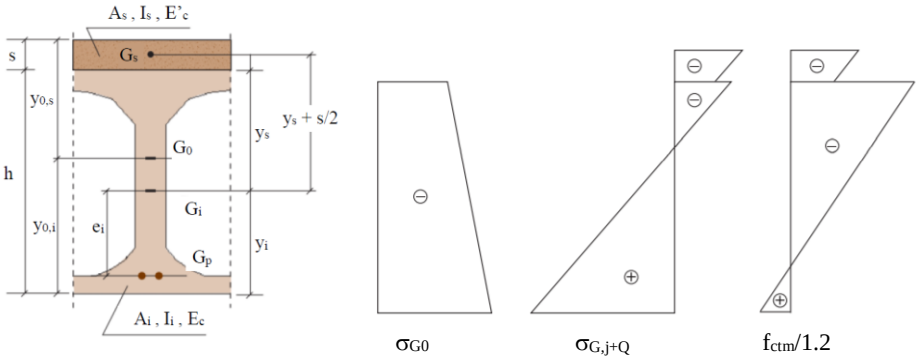

Figura 4.7 Analisi della tensione di fessurazione nel solaio alveolare con soletta collaborante.

$\sigma_{G0} = \sigma_{cp} + M_{G0} / W_{t\,inf}$

dove $W_{t\,inf}$ è il modulo di resistenza inferiore del pannello.

Applicando la sovrapposizione degli effetti, lo stato di sollecitazione derivante dai carichi permanenti ed accidentali che porta al raggiungimento del momento M_f, risulta:

$\sigma_{G,i+Q} = (M_f - M_{G0}) / W'_{t0\,inf}$,

essendo $W'_{t0\ inf}$ il modulo di resistenza della sezione composta (pannello e soletta), riferito al lembo inferiore del pannello. In analogia alla soluzione precedente per solaio senza soletta, si può ottenere il momento di fessurazione nel caso di sezione composta attraverso la relazione:

$\sigma_{cp} + M_{G0} / W_{t\ inf} + (M_f - M_{G0}) / W'_{t0\ inf} = \sigma_t$,

da cui, ponendo $\alpha = W'_{t0\ inf} / W_{t\ inf}$ si ha:

$M_f = (|\sigma_{cp}| + \sigma_t) W'_{t0\ inf} + M_{G0} (1 - \alpha)$

In ogni caso, sia in assenza che in presenza di soletta collaborante, determinato il momento di formazione della fessura M_f, questo va confrontato con il valore del momento sollecitante corrispondente alla combinazione di carico di esercizio in esame. Qualora risulti che:

$M_{Sk} > M_f$

si pone il problema di determinare l'ampiezza delle fessure w_k.

4.3.4 Aree minime di armatura

Se è richiesto il controllo della fessurazione ed occorre avere allo stesso tempo una minima duttilità, è necessaria una quantità minima di armatura aderente per limitare la fessurazione nelle zone tese. In particolare, nei solai alveolari è richiesto un quantitativo minimo di trefoli per controllare la fessurazione nelle zone in cui può manifestarsi trazione. Tale quantità può essere stimata dall'equilibrio tra la forza di trazione nel calcestruzzo appena prima della fessurazione e la forza di trazione nell'armatura allo snervamento o ad una tensione inferiore, se necessaria per limitare l'ampiezza delle fessure.

Nei solai alveolari precompressi, tale controllo sull'armatura minima non è richiesto nel caso in cui, sotto la combinazione di carico caratteristica e il valore caratteristico della precompressione, la tensione di trazione nel calcestruzzo risulta inferiore al valore $f_{ct,eff}$. La resistenza $f_{ct,eff}$ è il valore medio dell'effettiva resistenza a trazione del calcestruzzo sviluppata all'istante in cui ci si attende la formazione delle fessure:

$f_{ct,eff} = f_{ctm}$ o $f_{ctm}(t)$, se la fessurazione è attesa prima dei 28 giorni.

Questa condizione (nel caso di solaio rasato) si può anche esprimere attraverso la relazione:

$M_{Sk} < M_{cr} = (|\sigma_{cp}| + f_{ct,eff}) W_{t\ inf}$,

dove:

M_{Sk} e σ_{cp} sono calcolati considerando la combinazione caratteristica delle azioni.

Se l'elemento risulta fessurato per flessione, occorre valutare un'area minima di armatura. Tale area può essere calcolata come segue, in accordo con il punto *7.3.2* di *UNI EN 1992-1-1:*

$$A_{p,min} = \frac{k\, k_c\, f_{ct,eff}\, A_{ct}}{\xi_1 \Delta\sigma_p},$$

dove:

k è il coefficiente che tiene conto degli effetti di tensioni auto-equilibrate non uniformi, che determinano una riduzione delle forze di contrasto. Per i solai alveolari, k può essere assunto pari a k=0.65 (valore

suggerito da *UNI EN 1992-1-1* per anime con h ≥ 800 mm o piattabande di larghezza maggiore di 800 mm);

k_c è il coefficiente che tiene conto del tipo di distribuzione delle tensioni all'interno della sezione subito prima della fessurazione e della variazione del braccio di leva. Per i solai alveolari si può assumere (valore suggerito da *UNI EN 1992-1-1* per piattabande di sezione a cassone e di sezioni a T):

$$k_c = 0.9\frac{F_{cr}}{A_{ct}f_{ct,eff}} \geq 0.5\,,$$

in cui:

F_{cr} è il valore assoluto della forza di trazione nella piattabanda subito prima della formazione della fessura dovuta al momento di fessurazione calcolato con $f_{ct,eff}$;

A_{ct} è l'area di calcestruzzo in zona tesa

ξ_1 $= \sqrt{\xi}$, essendo:

ξ = rapporto della resistenza per aderenza dell'acciaio da precompressione e di quello ordinario; per i trefoli: $\xi = 0.6$, mentre per i fili indentati: $\xi = 0.7$;

$\Delta\sigma_p$ variazione di tensione nell'armatura di precompressione a partire dallo stato indeformato del calcestruzzo posto allo stesso livello.

4.3.5 Stato limite di apertura della fessura

In accordo con *DM 17/01/2018, par, 4.1.2.2.4.5* occorre verificare che il valore caratteristico di apertura delle fessure (w_k) non superi i valori massimi (w_{max}) riportati nella Tab. 4.3.

L'ampiezza caratteristica delle fessure, w_k, può essere ricavata dalla seguente relazione:

$$w_k = 1.7\varepsilon_{sm}\Delta_{sm}\,,$$

in cui:

ε_{sm} = deformazione unitaria media delle barre di armatura

Δ_{sm} = distanza media fra le fessure.

Per il calcolo di ε_{sm} e Δ_{sm} si può ricorrere a criteri riportati in documenti di comprovata validità. La *Circolare ministeriale 21/01/2019* suggerisce di utilizzare le seguenti espressioni:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s - k_t\frac{f_{ctm}}{\rho_{eff}}\left(1+\alpha_e\rho_{eff}\right)}{E_s} \geq 0.6\frac{\sigma_s}{E_s}\,,$$

in cui:

σ_s è la tensione nell'armatura tesa considerando la sezione fessurata; per elementi precompressi σ_s può essere sostituita da $\Delta\sigma_p$, cioè dalla variazione della tensione nell'acciaio di precompressione valutata a partire dallo stato indeformato del calcestruzzo posto allo stesso livello;

α_e è il rapporto E_s/E_{cm}

ρ_{eff} è pari a $A_s / A_{c,eff}$, dove:

$A_{c,eff}$ è l'area efficace di calcestruzzo teso attorno all'armatura, di altezza $h_{c,ef}$, con $h_{c,ef}$ valore minore tra 2.5(h-d), (h-x)/3 o h/2 (Figura 4.7); nel caso di elementi in trazione, in cui esistono due zone efficaci, l'una all'estradosso e l'altra all'intradosso, entrambe le aree vanno considerate separatamente.

In base a quanto riportato in *UNI EN 1992-1-1, par. 7.3.2*, si può assumere che le armature di precompressione aderenti contribuiscano al controllo della fessurazione entro una distanza ≤ 150 mm dal centro dell'armatura. Ciò può essere preso in conto aggiungendo all'area A_s relativa all'armatura ordinaria anche il contributo relativo alle armature di precompressione presenti all'interno di $A_{c,eff}$ (Fig. 4.8).

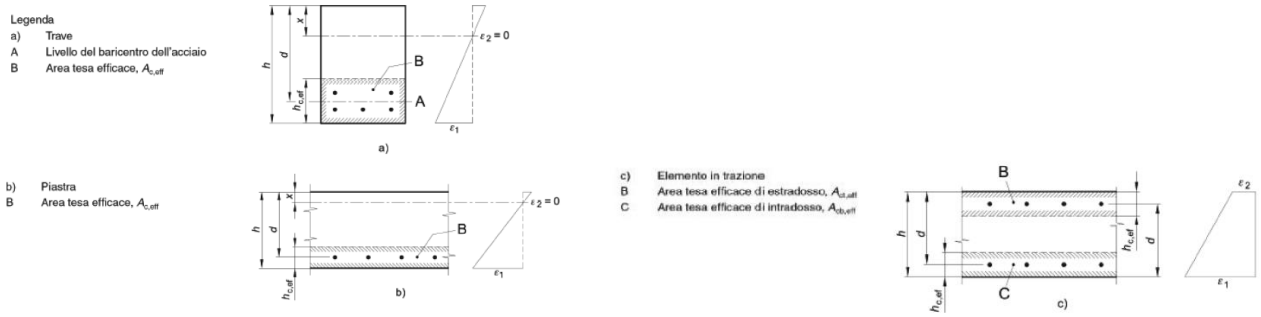

Figura 4.8 Valutazione area tesa efficace. Casi tipici.

Pertanto, in presenza di armatura di precompressione ρ_{eff} viene ad assumere l'espressione:

$\rho_{eff} = (A_s + \xi_1^2 A_p')/A_{c,eff}$ dove:

A_s è l'area delle armature ordinarie presenti all'interno di $A_{c,eff}$;

A_p' è l'area delle armature di precompressione pre- o post-tese presenti all'interno di $A_{c,eff}$;

ξ_1 è il rapporto modificato della resistenza per aderenza che tiene conto dei diversi diametri dell'acciaio di precompressione e di quello ordinario:

$$\xi_1 = \sqrt{\xi \frac{\phi_s}{\phi_p}}$$, dove:

ξ è il rapporto della resistenza per aderenza dell'accio da precompressione e di quello ordinario; in base a *UNI EN 1992-1-1, par. 6.8.2 prospetto 6.2*, in caso di armatura pre-tesa si possono assumere per ξ i seguenti valori: $\xi = 0.6$ per trefoli; $\xi = 0.7$ per fili indentati; $\xi = 0.8$ per barre con nervature.

ϕ_s è il diametro maggiore delle barre di acciaio ordinario;

ϕ_p è il diametro equivalente dell'armatura di precompressione (*UNI EN 1992-1-1, par. 6.8.2*).

Se, come nel caso dei solai alveolari, è impiegata solo armatura di precompressione per controllare la fessurazione, $\xi_1 = \sqrt{\xi}$.

k_t è un fattore dipendente dalla durata del carico e vale:

$k_t = 0.6$ per carichi di breve durata

$k_t = 0.4$ per carichi di lunga durata.

In situazioni nelle quali l'armatura aderente è posta in punti abbastanza vicini tra loro all'interno della zona tesa, cioè con distanza $\leq 5\ (c + \phi / 2)$, la massima distanza finale tra le fessure può essere calcolata mediante la seguente equazione (Fig. 4.15):

$$(1)\ \Delta_{sm} = \left(k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}} \right) / 1.7$$

in cui:

ϕ è il diametro della barra. Se in una sezione vi sono barre di diverso diametro, si deve usare un opportuno diametro equivalente ϕ_{eq}. Per una sezione con n_1 barre di diametro ϕ_1 e n_2 barre di diametro ϕ_2 si raccomanda di usare la seguente equazione:

$$\phi_{eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2};$$

c è il copriferro

k_1 è un coefficiente che tiene conto delle proprietà di aderenza delle barre:

$k_1 = 0.8$ per barre ad aderenza migliorata,

$k_1 = 1.6$ per barre lisce,

k_2 è un coefficiente che tiene conto della forma del diagramma delle deformazioni:

$k_2 = 0.5$ nel caso di flessione,

$k_2 = 1.0$ nel caso di trazione semplice.

Nei casi di trazione eccentrica o per aree locali, devono essere usati valori intermedi di k_2, i quali possono essere valutati con la relazione:

$k_2 = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) / 2\ \varepsilon_1$

in cui ε_1 e ε_2 sono rispettivamente la più grande e la più piccola deformazione di trazione all'estremità della sezione considerata, calcolate considerando la sezione fessurata.

k_3 3.4

k_4 0.425

Nelle zone in cui la distanza tra le barre è maggiore di $5\ (c + \phi / 2)$ (Fig. 4.9), per la parte di estensione $5\ (c + \phi / 2)$ nell'intorno delle barre la distanza media fra le fessure Δ_{sm} può essere valutata ancora con l'espressione precedente, mentre nella parte rimanente la distanza media tra le fessure può valutarsi attraverso la seguente espressione:

$$(2)\ \Delta_{sm} = 0.75(h-x),$$

in cui h ed x sono definite in Figura 4.8 e (h-x) rappresenta la distanza tra l'asse neutro ed il lembo teso della membratura.

Legenda:
A Asse neutro
B Superficie del calcestruzzo teso
C Zona in cui si applica la formula (1)
D Zona in cui si applica la formula (2)

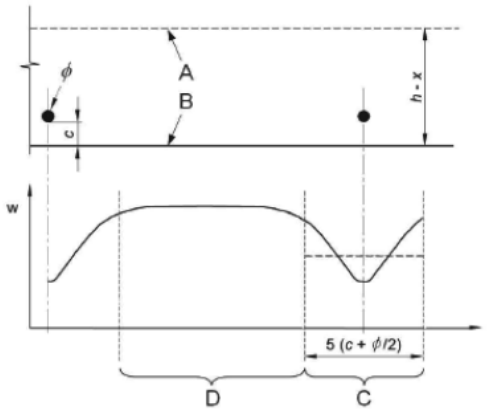

Figura 4.9 Ampiezza delle fessure, w, in funzione della posizione rispetto alle barre di armatura.

4.3.6 Esempi numerici sulla verifica allo stato limite di fessurazione

Esempio 4.3.6.1: Stato limite di fessurazione-decompressione in un solaio alveolare in semplice appoggio, senza cappa collaborante.

Si verifichi nelle condizioni di esercizio un solaio alveolare costituito da lastre aventi altezza h = 30 cm e larghezza b = 120 cm, senza cappa superiore, conoscendo i seguenti dati:

Dati geometrici

h	=	0.30	(m)	altezza lastra alveolare
b	=	1.20	(m)	larghezza lastra
$W_{t\,inf}$	=	0.0132	(m^3)	modulo di resistenza a flessione, inferiore

Proprietà dei materiali e legami costitutivi

σ_{cp}	=	- 7.59	(N/mm^2)	tensione caratteristica di precompressione al lembo inferiore
f_{ctm}	=	3.80	(MPa)	valore medio della resistenza a trazione del cls

Azioni sulle strutture (fascia larga 1.20 m)

G_1	=	4.80	(kN/m)	peso proprio solaio in opera
G_2	=	1.20	(kN/m)	carico permanente
Q_{k1}	=	10.00	(kN/m)	carico variabile complessivo

Schema statico (semplice appoggio)

ℓ_c	=	7.40	(m)	luce di calcolo
$M = q\,\ell^2 / 8$				momento massimo positivo per appoggio semplice

Condizione ambientale

Ambiente molto aggressivo (pavimentazione di parcheggio soggetta a cloruri)

Da Tabella 4.3 del precedente paragrafo 4.3.1, si può ipotizzare che per condizioni ambientali molto aggressive le verifiche previste sono quelle allo stato limite di formazione delle fessure, sotto la combinazione frequente delle azioni, e quelle allo stato limite di decompressione, sotto la combinazione quasi permanente delle azioni.

Pertanto, deve essere soddisfatta la disuguaglianza:

$M_{Sk} \leq M_{Rk}$

M_{Sk} = momento flettente calcolato in campata, da valutare sotto la combinazione di carico di esercizio prevista ($M_{sk} = M_{sk\,(freq)}$ oppure $M_{sk} = M_{sk\,(q\text{-}p)}$);

M_{Rk} = momento resistente della sezione allo stato limite di formazione fessure = M_f oppure allo stato limite di decompressione = M_d

Pertanto occorrerà verificare:

a) stato limite di fessurazione = formazione fessure (Tab. 4.3 §4.3.1)

Tipo di combinazione azioni = frequente ($M_{sk} = M_{sk\,(freq)}$)

La verifica si traduce nel verificare la seguente disuguaglianza:

$$M_{Sk(freq)} - \left(\left|\sigma_{cp}\right| + \sigma_t\right) W_{t\,inf} \leq 0\,,$$

essendo $\sigma_t = f_{ctm}/1.2$ la tensione di trazione limite al lembo inferiore corrispondente al raggiungimento del momento di formazione della fessura.

Combinazione frequente: $G_1 + G_2 + \psi_{11}\cdot Q_{k1}$

Coefficiente di combinazione (*Tab. 2.5.I DM 17/012018*, Cat. F parcheggi): $\psi_{11}\cdot = 0.7$

Momento sollecitante per la combinazione frequente delle azioni:

$M_{sk\,(freq)} = (G_1 + G_2 + \psi_{11}\cdot Q_{k1}) \text{x}\, \ell_c^{\,2}/8 = (4.8 + 1.2 + 0.7\cdot \text{x}\ 10) \text{ x } 7.4^2/8 = 88.985$ kNm

$\sigma_t = f_{ctm}/1.2 = 3.80/1.2 = 3.16$ MPa

$$M_f = \left(\left|\sigma_{cp}\right| + \sigma_t\right) W_{t\,inf} = (7.59 + 3.16)\text{x}0.0132\text{x}10^3 = 141.98\,\text{kNm}$$

E quindi:

$$M_{Sk(freq)} - M_f = 88.985 - 141.98 = -53.003\,\text{kNm} \leq 0\,,$$

la verifica per lo stato limite di formazione delle fessure è quindi soddisfatta.

b) stato limite di fessurazione = decompressione (Tab. 4.3 §4.3.1)

Tipo di combinazione azioni = quasi – permanente ($M_{sk} = M_{sk\,(q\text{-}p)}$)

La verifica si traduce nel verificare la seguente disuguaglianza:

$$M_{Sk(q-p)} + \sigma_{cp} W_{t\,inf} \leq 0 .$$

Combinazione quasi-permanente : $G_1 + G_2 + \psi_{21} \cdot Q_{k1}$

Coefficiente di combinazione (*Tab. 2.5.I DM 17/012018,* Cat. F parcheggi): $\psi_{21} = 0.6$

Momento sollecitante per la combinazione quasi permanente delle azioni:

$M_{sk\,(q-p)} = (G_1 + G_2 + \psi_{21} \cdot Q_{k1}) \times \ell_c^{\,2}/8 = (4.8 + 1.2 + 0.6 \cdot \text{x } 10) \text{ x } 7.4^2/8 = 82.14$ kNm

$$M_d = \left|\sigma_{cp}\right| W_{t\,inf} = 7.59 \,\text{x}\, 0.0132 \text{x} 10^3 = 100.19 \,\text{kNm}$$

E quindi:

$$M_{Sk(q-p)} - M_d = 82.14 - 100.19 = -18.05 \,\text{kNm} \leq 0 ,$$

e quindi anche la verifica per lo stato limite di decompressione è soddisfatta.

Esempio 4.3.6.2: Stato limite di fessurazione di un solaio alveolare in semplice appoggio, con cappa collaborante: decompressione.

Si verifichi nelle condizioni di esercizio, un solaio alveolare costituito da lastre aventi altezza h = 30 cm e larghezza b = 120 cm, posto in opera con soletta di 5 cm collaborante, conoscendo i seguenti dati:

Dati geometrici

h	=	0.30	(m)	altezza lastra alveolare
b	=	1.20	(m)	larghezza lastra
A_i	=	0.1746	(m^2)	area ideale della lastra precompressa
$W_{t\,inf}$	=	0.0132	(m^3)	modulo di resistenza a flessione, inferiore
I_i	=	0.00196	(m^4)	momento d'inerzia della sezione ideale della lastra
y_i	=	0.1491	(m)	distanza baricentro area ideale dal lembo inferiore
s	=	0.05	(m)	spessore soletta in opera

Proprietà dei materiali e legami costitutivi

σ_{cp}	=	- 6.30	(N/mm^2)	tensione caratteristica di precompressione al lembo inferiore della lastra a perdite scontate
f_{ctm}	=	3.80	(MPa)	resistenza a trazione media del calcestruzzo prefabbricato
E_c	=	36000	(MPa)	modulo elastico del calcestruzzo prefabbricato della lastra
E'_c	=	30000	(MPa)	modulo elastico del calcestruzzo in opera della soletta

Azioni sulle strutture (fascia larga 1.20 m)

Destinazione d'uso: ambiente ad uso commerciale

$G_{0,1}$	=	6.30	(kN/m)	Peso proprio della lastra e della soletta in opera
G_2	=	2.40	(kN/m)	Carichi permanenti
Q_{k1}	=	6.00	(kN/m)	Carico variabile totale

Schema statico (semplice appoggio)

ℓ_c	=	8.00	(m)	luce di calcolo
$M = q\,\ell^2 / 8$				momento massimo positivo per appoggio semplice

Condizione ambientale

Ambiente aggressivo (interno di edificio ciclicamente bagnato e asciutto)

Da Tabella 4.3 del precedente paragrafo 4.3.1, risulta che per condizioni ambientali aggressive le verifiche previste sono quelle allo stato limite di apertura delle fessure, sotto la combinazione frequente delle azioni, e quelle allo stato limite di decompressione, sotto la combinazione quasi permanente delle azioni.

Nel presente esempio si tratterà solo della verifica per stato limite di decompressione sotto la combinazione di azioni quasi – permanente ($M_{sk} = M_{sk\,(q-p)}$).

La verifica si traduce nel verificare la seguente disuguaglianza:

$M_{Sk(q-p)} - |\sigma_{cp}|\, W'_{t0\ inf} - M_{G0}\,(1-\alpha) \le 0,$

dove $W'_{t0\ inf}$, e α hanno il significato esplicitato nel precedente §4.3.2.

Deve quindi innanzitutto essere calcolato il momento sollecitante per la combinazione quasi permanente delle azioni.

Combinazione quasi-permanente : $G_1 + G_2 + \psi_{21}\cdot Q_{k1}$

Coefficiente di combinazione (*Tab. 2.5.I DM 17/01/2018*, Cat. D, ambienti commerciali): $\psi_{21}\cdot = 0.6$.

Momento sollecitante per la combinazione quasi permanente delle azioni:

$M_{sk\,(q-p)} = (G_1 + G_2 + \psi_{21}\cdot Q_{k1}) \times \ell_c^{\,2}/8 = (6.3 + 1.2 + 0.6\cdot \times 6) \times 8^2/8 = 98.4$ kNm

La sollecitazione flettente M_{G0} dovuta al solo peso proprio della lastra e della soletta è dato da:

$M_{G0} = (G_{0,1}) \times \ell_c^{\,2}/8 = 6.3 \times 8^2/8 = 50.4$ kNm

Per ottenere il modulo di resistenza della lastra con soletta, occorre determinare le caratteristiche statiche-geometriche del solaio in opera, determinando innanzitutto il baricentro della sezione composta. Con riferimento alla simbologia riportata nella precedente Figura 4.4, occorre. Utilizzando la simbologia riportata in Figura 4.4, la distanza $y_{0,i}$ tra il baricentro della sezione composta e il lembo inferiore del pannello può essere calcolata attraverso la seguente:

$$y_{0,i} = \frac{y_i E_c A_i + (s/2 + h) E'_c A_s}{E_c A_i + E'_c A_s} = \frac{149.1 \cdot 36000 \cdot 174.6 \cdot 10^3 + (50/2 + 300) \cdot 30000 \cdot 1200 \cdot 50}{36000 \cdot 174.6 \cdot 10^3 + 30000 \cdot 1200 \cdot 50} = 188.25\,\text{mm},$$

essendo $n = \frac{E_c}{E'_c} = \frac{36000}{30000} = 1.2$, si può calcolare il momento d'inerzia della sezione composta rispetto al proprio asse baricentrico come:

$$I_0 = I_i + A_i \left(y_{0,i} - y_i\right)^2 + \frac{I_s}{n} + \frac{A_s}{n}\left(h + \frac{s}{2} - y_{0,i}\right)^2 =$$

$$= 1960 \cdot 10^6 + 174.6 \cdot 10^3 \left(188.25 - 149.1\right)^2 + \frac{1250 \cdot 10^4}{1.2} + \frac{600 \cdot 10^2}{1.2}\left(300 + \frac{50}{2} - 188.25\right)^2 = 3173 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

dove:

A_s = 1200 x 50 = 600x10^2 mm^2 è l'area della soletta e

I_s = 1200 x 50^3/12 = 1250x10^4 mm^4 è il momento d'inerzia della soletta rispetto al proprio asse baricentrico.

Il modulo di resistenza della sezione composta rispetto al lembo inferiore del pannello risulta pertanto:

$$W'_{t0\,inf} = \frac{I_0}{y_{0,i}} = \frac{3173 \cdot 10^6}{188.25} = 16.85 \cdot 10^6 \text{ mm}^3 = 0.01685 \text{ m}^3.$$

Posto inoltre $\alpha = W'_{t0\,inf} / W_{t\,inf} = 0.01685 / 0.0132 = 1.28$,

si ottiene:

$M_{Sk(q\text{-}p)} - |\sigma_{cp}| W'_{t0\,inf} - M_{G0} (1 - \alpha) = 98.4 - 6.30\text{x}10^3\text{x}0.01685 - 50.4 (1\text{-}1.28) = 6.43$ kNm >0 ,

pertanto la verifica per lo stato limite di decompressione non risulta soddisfatta.

Esempio 4.3.6.3: Stato limite di fessurazione di un solaio alveolare in semplice appoggio, senza cappa collaborante: ampiezza delle fessure

Si verifichi nelle condizioni di esercizio un solaio alveolare costituito da lastre aventi altezza h = 42 cm senza cappa superiore, conoscendo i seguenti dati:

Dati geometrici

h	=	0.42	(m)	altezza lastra alveolare
b	=	1.20	(m)	larghezza lastra e base efficace
d	=	0.39	(m)	altezza utile lastra
c	=	0.03	(m)	copriferro
$W_{t\,inf}$	=	0.0263	(m^3)	modulo di resistenza a flessione, inferiore
A_{pi}	=	848	(mm^2)	area armatura pretesa inferiore (n. 40 trecce 3ϕ3, ϕ_{eq} = 6.5 mm)

Proprietà dei materiali e legami costitutivi

σ_{cp}	=	- 6.46	(N/mm^2)	tensione di precompressione a perdite scontate al lembo inferiore
$\sigma_{pmi,\infty}$	=	851.7	(N/mm^2)	tensione finale a perdite scontate nell'armatura inferiore
f_{ctm}	=	3.80	(MPa)	valore medio della resistenza a trazione del cls

E_c	=	36000	(MPa)	modulo elastico del calcestruzzo prefabbricato della lastra
E_p	=	200	(GPa)	modulo di elasticità dell'armatura di precompressione

Azioni sulle strutture (fascia larga 1.20 m)

Destinazione d'uso: magazzini vendita prodotti – folla compatta

G_1	=	6.70	(kN/m)	peso proprio solaio in opera
G_2	=	1.80	(kN/m)	carico permanente
Q_{k1}	=	5.00	(kN/m)	carico variabile (prodotti)
Q_{k2}	=	3.00	(kN/m)	carico variabile (folla)

Schema statico (semplice appoggio)

ℓ_c	=	12.60	(m)	luce di calcolo
$M = q \ell^2 / 8$				momento massimo positivo per appoggio semplice

Condizione ambientale

Ordinarie (interno di edificio)

Da Tabella 4.3 del precedente paragrafo 4.3.1, risulta che per condizioni ambientali ordinarie le verifiche previste sono quelle allo stato limite di apertura delle fessure, sia sotto la combinazione frequente delle azioni, con limitazione dell'apertura della fessura a 0.3 mm, che sotto la combinazione quasi permanente delle azioni, con limitazione dell'apertura della fessura a 0.2 mm.

Dalla *Tab. 2.5.I* del *DM 17/01/2018*, si evince che ipotizzando una Categoria D, ambienti ad uso commerciale, i relativi coefficiente di combinazione risultano:

ψ_{0j}= 0.7, ψ_{1j}= 0.7, ψ_{2j}= 0.6.

Prima di determinare l'ampiezza delle fessure, si verifica l'effettiva necessità di procedere a tale calcolo, confrontando il momento di fessurazione con il momento flettente sollecitante. Il momento sollecitante M_{Sk} viene valutato nella combinazione frequente, considerando la situazione più sfavorevole fra le seguenti:

1) $G_1 + G_2 + \psi_{11} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} = (6.70+1.80) + 0.7x5+0.6x3 = 13.8$ kN/m

2) $G_1 + G_2 + \psi_{12} \cdot Q_{k2} + \psi_{21} \cdot Q_{k1} = (6.70+1.80) + 0.7x3+0.6x5 = 13.6$ kN/m

La combinazione più gravosa risulta quindi la 1).

Per il solaio in semplice appoggio si ricava pertanto:

$M_{sk\ (freq)} = (13.8) \times 12.6^2/8 = 273.86$ kNm

Il momento di decompressione vale:

$M_d = |\sigma_{cp}| \, W_{t\ inf.} = 6.46 \times 10^3 \times 0.0263 = 169.9$ kNm.

Essendo il momento sollecitante nella combinazione frequente superiore del momento di decompressione, il lembo inferiore risulterà interessato da tensioni di trazione.

Si valuta quindi il momento di fessurazione M_f, che in accordo a quanto riportato al § 4.3.3. vale:

$M_f = (|\sigma_{cp}| + \sigma_t)\, W_{t\,inf} = (6.46 \text{x} 10^3 + 3.80/1.2 \text{ x} 10^3) \text{ x } 0.0263 = 253.18$ kNm.

Risultando $M_{sk\,(freq)} > M_f$ è necessario verificare l'apertura massima delle fessure, che sotto la combinazione frequente non deve superare il valore di 0.3 mm.

$w_k = 1.7 \varepsilon_{sm} \Delta_{sm}$.

In accordo con quanto riportato al § 4.3.5:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ctm}}{\rho_{eff}}\left(1 + \alpha_e \rho_{eff}\right)}{E_s} \geq 0.6 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad \text{e} \quad \Delta_{sm} = \left(k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{eff}} \right) / 1.7 \, .$$

Di seguito si valutano i singoli termini che concorrono alla determinazione di ε_{sm} e Δ_{sm}.

σ_s La tensione σ_s nell'armatura tesa calcolata nella sezione fessurata può essere sostituita, per elementi precompressi, dalla variazione di tensione nell'acciaio $\Delta\sigma_p$ dovuta al momento di calcolo. Tale tensione può quindi essere valutata nel modo seguente:

$$\sigma_s = \Delta\sigma_p = \frac{M_s}{0.95 A_{pi} d} - \frac{P_{mi,\infty}}{A_{pi}},$$

dove:

$M_s = M_{sk\,(freq)} = 273.86$ kNm

rappresenta il momento sollecitante,

$P_{mi,\infty} = 0.9\, A_{pi}\, \sigma_p = 0.9 \text{ x } 848 \text{ x } 851.7 \text{ x } 10^{-3} = 650$ kN

rappresenta la forza ridotta di precompressione dovuta alle armature inferiori a tempo infinito

Pertanto:

σ_s $$= \frac{273.86 \cdot 10^6}{0.95 \cdot 848 \cdot 390} - \frac{650 \cdot 10^3}{848} = 112.7 \frac{N}{mm^2}$$

k_t = 0.4 (carichi di lunga durata)

f_{ctm} = 3.8 MPa

α_e = $E_p/E_c = 200000 / 36000 = 5.555$

ρ_{eff} = $(\xi_1^2 A_p')/A_{c,eff}$ (essendo $A_s = 0$) dove:

$A_p' = A_{pi} = 848$ mm^2

$\xi_1 = \sqrt{\xi} = 0.836$, avendo assunto $\xi = 0.7$ (fili indentati);

$A_{c,eff} = h_{ef} \text{ x } b = 90000$ mm^2, dove $h_{ef} = \min (2.5(h-d), (h-x)/3, h/2) = 75$ mm; $b = 1200$ mm;

Pertanto:

ρ_{eff} = $(0.836^2 \text{ x } 848)/90000 = 0.00659$

ε_{sm} assume quindi il valore:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{112.5 - 0.4\frac{3.80}{0.00659}\left(1 + 5.555 \cdot 0.00659\right)}{200000} = -6.31 \cdot 10^{-4}$$

Indipendentemente dal valore trovato, ε_{sm} deve essere maggiore di:

$$\varepsilon_{sm,min} = 0.6\frac{\sigma_s}{E_s} = 0.6\frac{112.7}{200000} = 3.38 \cdot 10^{-4},$$

valore che verrà utilizzato per il calcolo di w_k.

Nel calcolo di Δ_{sm} occorre stabilire i valori dei coefficienti:

k_1 = 1.6 (barre lisce)

k_2 = 0.5 (flessione)

k_3 = 3.4

k_4 = 0.425

Considerando che l'armatura di precompressione è costituita da 40 trecce 3ϕ3 aventi diametro equivalente ϕ_{eq} = 6.5 mm, disposte con un copriferro c = 30 mm si ottiene:

$$\Delta_{sm} = \left(3.4 \cdot 30 + 1.6 \cdot 0.5 \cdot 0.425\frac{6.5}{0.00659}\right)/1.7 = 257.1\text{mm}$$

L'ampiezza caratteristica delle fessure risulta pertanto:

$$w_k = 1.7\varepsilon_{sm}\Delta_{sm} = 1.7 \cdot 3.38 \cdot 10^{-4} \cdot 257.1 = 0.147\,\text{mm} < 0.3\text{ mm}.$$

La verifica risulta soddisfatta e implicitamente lo sarà anche la verifica sotto la combinazione quasi permanente delle azioni, essendo il limite dell'apertura della fessura i questo caso pari a 0.2 mm.

4.4 Stato limite di deformazione

4.4.1 Considerazioni generali (*UNI EN 1992-1-1, cap. 7, DM 17/01/18, par. 4.1.2.2)*

I limiti di deformabilità devono essere congruenti con le prestazioni richieste alla struttura anche in relazione alla destinazione d'uso, con riferimento alle esigenze statiche, funzionali ed estetiche. I valori limite devono essere commisurati a specifiche esigenze e possono essere dedotti da documentazione tecnica di comprovata validità.

In accordo alla norma *UNI EN 1992-1-1*, i valori limite di inflessione devono essere stabiliti tenendo conto della natura della struttura, delle finiture, delle partizioni e degli infissi, nonché della funzione della struttura stessa. La norma raccomanda che le inflessioni non superino quelle che possono essere assorbite da altri elementi connessi, come partizioni, vetrate, rivestimenti, elementi di servizio e finiture. In alcuni casi la

limitazione può essere richiesta per assicurare il corretto funzionamento di macchinari o apparati portati dalla struttura, o per evitare ristagni nei tetti piani.

L'aspetto e la funzionalità della struttura possono essere pregiudicati se l'inflessione calcolata di una trave, piastra o sbalzo soggetti ai carichi quasi permanenti è maggiore di 1/250 della luce. L'inflessione è intesa relativa agli appoggi.

Devono inoltre essere limitate le inflessioni che potrebbero causare danni a parti adiacenti della struttura. Un adeguato limite per l'inflessione dopo la costruzione in presenza dei carichi quasi permanenti è generalmente 1/500 della luce. Possono essere introdotti anche altri limiti, in funzione della sensibilità delle parti adiacenti.

L'inflessione degli elementi precompressi è influenzata da un gran numero di parametri, quali il mix di calcestruzzo utilizzato, il tipo di maturazione, l'epoca di rilascio della precompressione, il metodo di stoccaggio, l'epoca di messa in opera e di applicazione dei carichi. Ciascuno di questi fattori può avere un'influenza variabile tra il 15-30%. Per tale ragione, i valori di inflessione derivanti dal calcolo possono risultare significativamente diversi da quelli reali, e devono quindi essere considerati semplicemente una stima.

4.4.2 Controfreccia nei pannelli alveolari

Nel caso degli elementi precompressi è presente una controfreccia iniziale, prodotta dall'eccentricità della forza di precompressione rispetto al baricentro della sezione. La controfreccia è influenzata dal quantitativo di armatura di precompressione e dalla sua posizione, oltre che dalla rigidezza della sezione trasversale, e varia nel tempo per effetto del ritiro, della viscosità e del rilassamento. Per tale ragione, è necessario distinguere tra controfreccia iniziale e controfreccia a lungo termine.

La controfreccia iniziale indicata dalla maggior parte dei produttori per elementi moderatamente precompressi è dell'ordine di 1/300 della luce, quindi approssimativamente 20 mm per 6 m di luce. Poiché tuttavia il valore effettivo della controfreccia può subire delle variazioni dell'ordine di ±30% rispetto al valore di calcolo, per effetto dei fattori precedentemente descritti, per una luce di 6 m è lecito attendersi un range di variazione compreso tra 14 e 26 mm. Tale effetto è ovviamente più pronunciato nel caso di livelli elevati di precompressione.

L'effetto della controfreccia deve essere tenuto in conto nella determinazione dell'altezza di interpiano, dal momento che quest'ultima non è costante, ma raggiunge il suo valore minimo in corrispondenza degli appoggi esterni del solaio. E' inoltre opportuno tener conto della controfreccia differenziale nel caso di pannelli affiancati aventi diversa lunghezza o diversi livelli di precompressione (Fig. 4.10), o ancora nel caso di pannelli affiancati a travi, specialmente nel caso in cui queste ultime siano inflesse, ad esempio per effetto del peso della facciata.

E' fondamentale valutare opportunamente anche le inflessioni a lungo termine della lastra, sotto l'azione del peso proprio, dei carichi permanenti e variabili, in modo che non si abbiano alterazioni eccessive della planarità delle superfici, né si vengano a creare possibili danni alle partizioni interne (Fig. 4.11). Tali inflessioni sono principalmente influenzate dalla luce del solaio e dalla snellezza della lastra, oltre che dal rapporto tra carichi permanenti e variabili agenti.

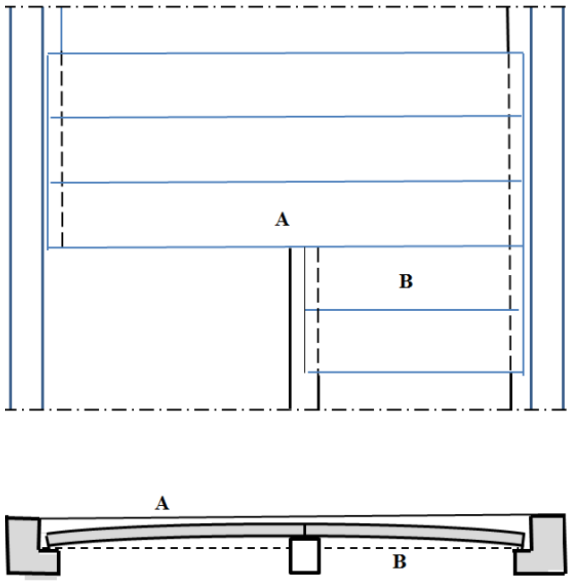

Figura 4.10 Controfreccia differenziale dei pannelli in opera. Necessità di sollevare l'appoggio intermedio della lastra B rispetto agli appoggi della lastra A, in modo da evitare dislivelli eccessivi tra le solette superiori dei 2 pannelli (tratto da "Design of precast prestressed hollow core floors", fib bulletin, draft May 2017).

E' comunque opportuno sottolineare come l'effetto la controfreccia e l'inflessione delle lastre alveolari non rappresenti in genere un problema progettuale, dal momento che può essere minimizzato ricorrendo ad una serie di accorgimenti durante la posa in opera, quali la presenza di un massetto o di una soletta strutturale, la variazione del livello degli appoggi (es. Fig. 4.10), etc.

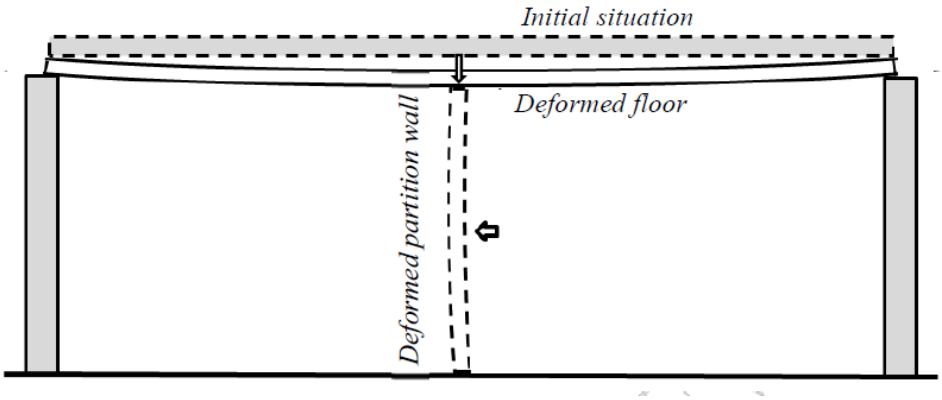

Figura 4.11 Necessità di mantenere la planarità delle superfici anche a seguito dello sviluppo delle deformazioni a lungo termine, per evitare che queste ultime possano creare danni alle partizioni interne (tratto da "Design of precast prestressed hollow core floors", fib bulletin, draft May 2017).

4.4.3 Valutazione dell'inflessione nei pannelli alveolari

I valori di inflessione della lastra al generico istante t_2, corrispondente al completamento dell'edificio (sotto l'azione di tutti i carichi permanenti, compresi l'eventuale getto in opera di completamento, le finiture del solaio e le partizioni interne), e a lungo termine t_∞ (sotto la combinazione quasi permanente delle azioni),

possono essere valutati procedendo per passi successivi e calcolando le deformazioni incrementali che si sviluppano passando da una fase all'altra del processo edilizio. In particolare, è opportuno considerare le seguenti fasi: la produzione delle lastre, la loro installazione (dopo circa un mese), il getto dei giunti e dell'eventuale soletta collaborante (dopo un altro mese circa), e il completamento dell'edificio (dopo un ulteriore mese). Il calcolo della freccia istantanea può essere condotto con gli usuali metodi della meccanica strutturale. Lo sviluppo della deformazione viscosa nel tempo può invece essere valutato in accordo a quanto previsto dal *fib Bulletin 6: Special design considerations for precast prestressed hollow core floor* (di cui si riporta un estratto in Fig. 4.12). Con riferimento alla curva riportata in Figura 4.12 e assumendo $\varphi(\infty,0) = 2.5$ (da 2.2 a 3.0), si otterrebbe quindi:

$\varphi(t_1=1 \text{ mese},t_0) \approx 0.3 \text{ x } 2.5 = 0.75$,

$\varphi(t_\infty,t_1=1 \text{ mese}) \approx 0.6 \text{ x } 2.5 = 1.50$,

$\varphi(t_\infty,t_2=6 \text{ mesi}) \approx 0.3 \text{ x } 2.5 = 0.75$.

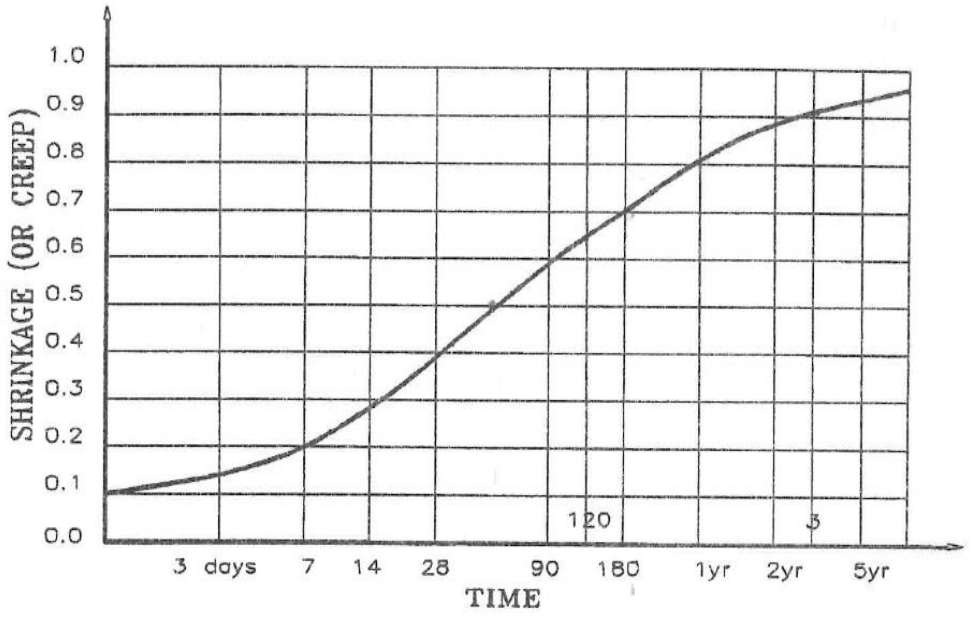

Figura 4.12 Tipico esempio di variazione del ritiro finale o della viscosità col tempo (tratto da fib Bulletin 6: Special design considerations for precast prestressed hollow core floors).

I solai alveolari sono generalmente progettati in modo da non fessurarsi sotto carichi di esercizio; pertanto, la freccia prodotta dai carichi applicati può essere calcolata utilizzando il momento d'inerzia della sezione fornito dal produttore; diversamente, bisognerà riferirsi al momento d'inerzia effettivo della sezione fessurata.

Nel caso di solai con cappa collaborante, la sezione composta presenta maggiore rigidezza. La deformazione di interesse, in questo caso, è costituita dal movimento rispetto al livello della cappa al momento del getto, dovuto agli effetti a lungo termine dei carichi permanenti e agli effetti istantanei dei carichi di breve durata.

Come già sottolineato in precedenza, il valore delle deformazioni (ed in particolare delle loro variazioni nel tempo) ottenuta dal calcolo deve essere considerata come una stima approssimata delle deformazioni reali del solaio.

4.4.3.1 Calcolo della controfreccia v_0 iniziale a tempo t_0

Nel calcolo della deformazione del solaio occorre valutare la controfreccia o "monta" iniziale dovuta alla forza di precompressione. La controfreccia $\mathbf{v_0}$ è data dall'effetto globale dalle azioni concomitanti rappresentate dalla forza di precompressione eccentrica e dal peso proprio. Considerando negativi gli spostamenti verso l'alto e positivi quelli verso il basso, in fase di stoccaggio, appena effettuato il rilascio delle armature ed il taglio dei manufatti, la controfreccia iniziale vale:

$$v_0 = v_{0,P} + v_{0,G}$$

dove:

$$v_{0,P} = \frac{\sigma_{p0}\, A_p\, e_i\, \ell^2}{8\, E_{0,inf}\, I_i}$$ controfreccia inziale causata dalla precompressione

$$v_{0,G} = \frac{5}{384} \cdot \frac{G\, \ell^4}{E_{0,sup}\, I_i}$$ inflessione prodotta dal peso proprio della lastra in semplice appoggio

con il seguente significato dei simboli:

t_0 = tempo intercorso tra il getto della lastra e il rilascio della precompressione (tipicamente 12-16 ore nel caso di maturazione accelerata, 24-48 ore nel caso di maturazione naturale);

e_i = eccentricità dell'armatura di precompressione dal baricentro della sezione ideale;

σ_{p0} = valore iniziale della tensione di precompressione (scontate le perdite immediate); approssimativamente pari a 1100-1250 N/mm^2;

A_p = area dell'armatura di precompressione;

G = peso proprio della lastra;

I_i = momento d'inerzia ideale della lastra;

$E_{0,inf}$, $E_{0,sup}$ = modulo di elasticità all'istante del rilascio dei trefoli, rispettivamente nella soletta inferiore e superiore del pannello. Questi valori dipendono dal processo produttivo e dal ciclo di maturazione seguito (durante la maturazione accelerata, la soletta inferiore raggiunge in genere una temperatura di 65-70° C, mentre soletta superiore ha una temperatura di 10-15° C più bassa, e pertanto un modulo elastico maggiore). Di seguito si riportano alcuni valori tipici per $E_{0,inf}$, $E_{0,sup}$:

$E_{0,inf/sup}$ = 20-22000/19-21000 MPa per lastre vibrofinite soggette a maturazione naturale

$E_{0,inf/sup}$ = 17-19000/18-20000 MPa per lastre vibrofinite soggette a maturazione accelerata

$E_{0,inf} = E_{0,sup}$ = 21-23000 MPa per lastre estruse soggette a maturazione naturale

$E_{0,inf/sup}$ = 18-20000/19-21000 MPa per lastre estruse soggette a maturazione naturale.

4.4.3.2 Calcolo della controfreccia v_1 in opera a tempo t_1

In fase di montaggio (al tempo t_1) la lastra alveolare è posta in opera, semplicemente appoggiata, e completata con i getti aggiuntivi come da progetto.

La controfreccia in opera v_1 si ottiene sommando alla controfreccia $v_{1,P}$ dovuta alla precompressione – opportunamente modificata per tener conto degli effetti viscosi e del rilassamento, l'inflessione dovuta agli effetti viscosi $v_{1,G}$ per l'azione del peso proprio durante la fase di stoccaggio (nell'intervallo temporale t_0-t_1) e l'inflessione $v_{1,G1}$ dovuta al peso proprio G e ai getti di completamento G_1 una volta effettuata la posa in opera:

$$v_1 = v_{1,P} + v_{1,\varphi G} + v_{1,GG1}$$

dove:

$v_{1,P}$ = controfreccia iniziale dovuta alla precompressione $v_{0,P}$, modificata dagli effetti viscosi e ridotta dal rilassamento degli acciai al tempo t_1, che può essere stimata in modo approssimato come:

$$v_{1,P} = v_{0,P}\left[1+\frac{E_{0,inf}}{\left(E_{0,inf}+E_1\right)/2}\cdot\varphi\left(t_1,t_0\right)\right]+\frac{\left(\sigma_{p0}-\sigma_{p1}\right)A_p\ e_i\ \ell^2}{8\,E_1\,I_i}$$

$v_{1,\varphi G}$ = variazione delle freccia iniziale dovuta al peso proprio per gli effetti viscosi durante lo stoccaggio fino al tempo t_1, ovvero:

$$v_{1,\varphi G} = v_{0,G}\,\frac{E_{0,sup}}{\left(E_{0,sup}+E_1\right)/2}\cdot\varphi\left(t_1,t_0\right)$$

$v_{1,GG1}$ = freccia in opera dovuta al peso proprio della lastra montata e dei getti in opera (compresa l'eventuale cappa collaborante), ovvero:

$$v_{1,GG1} = \frac{5}{384}\cdot\frac{\left(G+G_1\right)\ell^4}{E_1\,I_i}.$$

Le grandezze I_i, G e G_1 sono da riferirsi alla larghezza modulare della lastra alveolare e le proprietà geometriche sono quelle della sezione della sola lastra prefabbricata, poiché i getti integrativi in questa fase non sono ancora collaboranti. Oltre ai simboli già definiti in precedenza, nelle relazioni precedenti si sono inoltre utilizzati:

$\varphi(t_1,t_0)$ = coefficiente di viscosità del calcestruzzo tra il tempo t_0 e il tempo t_1

σ_{p1} = valore della tensione di precompressione al tempo t_1 (tipicamente si può assumere 1050-1200 N/mm^2)

E_1 = modulo elastico al tempo t_1 (circa pari a 30000-33000 N/mm^2)

G_1 = peso proprio dei getti in opera (riempimento dei giunti ed eventuale cappa collaborante).

4.4.3.3 Calcolo della deformazione Δv_∞ a lungo termine

L'incremento di deformazione Δv_∞ del solaio rispetto alla situazione iniziale v_1 (controfreccia in opera al tempo t_1) può essere determinato come somma di diversi contributi. In particolare, la variazione di deformazione è originata dagli effetti viscosi della precompressione tra il tempo t_1 e il tempo t_∞, dagli effetti viscosi del peso proprio della lastra e dei getti integrativi tra il tempo t_1 ed il tempo t_2 di applicazione dei carichi, dai sovraccarichi permanenti e variabili di lunga durata, e dagli effetti viscosi di tutti i carichi agenti tra il tempo t_2 e il tempo t_∞.

L'incremento di deformazione Δv_∞ a tempo infinito può quindi essere calcolato come:

$$\Delta v_\infty = v_{\infty,\varphi P} + v_{2,\varphi(G+G1)} + v_{2,Qperm+Q\infty} + v_{\infty,\varphi(g+Q)}$$

in cui:

$v_{\infty,\varphi\ P}$ = contributo dovuto agli effetti viscosi e di rilassamento della precompressione tra il tempo t_1 di messa in opera e l'istante finale t_∞, ovvero:

$$v_{\infty,\varphi P} = \frac{n}{5}\left[\chi\,\varphi(t_\infty, t_1) - \frac{\left(\sigma_{p1} - \sigma_{p_\infty}\right)}{\sigma_{p1}}\right]\frac{A_p\ \sigma_{p1}\ e_0\ \ell^2}{8\ E_1\ I_0}$$

$v_{2,\ \varphi\ (G+G1)}$ = contributo dovuto agli effetti viscosi del peso proprio e dei getti integrativi dal tempo t_1 di messa in opera fino al tempio t_2 di applicazione dei carichi:

$$v_{2,\varphi(G+G1)} = \frac{n}{384}\,\frac{\left(G + G_1\right)\ell_2^4}{E_1\ I_0}\,\varphi(t_2, t_1)$$

$v_{2,Qperm+Q\infty}$ = freccia elastica per i sovraccarichi permanenti e variabili di lunga durata:

$$v_{2,Qperm+Q\infty} = \frac{n}{384}\,\frac{\left(Q_{perm} + Q_\infty\right)\ell_2^4}{E_1\ I_0}$$

$v_{\infty,\varphi\ (g+Q)}$= contributo dovuto agli effetti viscosi di tutti i carichi permanenti, compreso il peso proprio e i getti integrativi, e dei carichi variabili di lunga durata dal tempo t_2 fino a tempo infinito t_∞, ovvero:

$$v_{\infty,\varphi(g+Q)} = \frac{n}{384}\,\frac{\left(G + G_1 + Q_{perm} + Q_\infty\right)\ell_2^4}{E_1\ I_0}\,\chi\,\varphi(t_\infty, t_2).$$

Nelle relazioni precedenti si assume:

n = coefficiente variabile tra 1 e 5 in funzione del vincolo ipotizzato alle estremità del solaio (n = 5 per vincolo di semplice appoggio; n = 2.5-3 per le campate estreme, nel caso di vincolo di continuità; n = 1-2 per le campate intermedie nel caso di vincolo di continuità);

χ = 0.8, coefficiente di invecchiamento;

$\varphi(t_\infty,t_i)$ = coefficiente di viscosità del calcestruzzo tra il tempo t_∞ e il tempo t_i

$\varphi(t_2,t_1)$ = coefficiente di viscosità del calcestruzzo tra il tempo t_2 e il tempo t_1

$\sigma_{p\infty}$ = valore della tensione di precompressione al tempo t_∞ (tipicamente si può assumere 1000-1150 N/mm^2)

e_0 = eccentricità dell'armatura di precompressione valutata sulla sezione composta (comprensiva della cappa);

I_0 = momento d'inerzia della sezione composta (comprensiva della cappa);

ℓ_2 = luce dopo i getti integrativi (2° fase); tale luce può essere diversa da quella corrispondente alla 1° fase – messa in opera del solaio – in caso di continuità;

Q_{perm} = sovraccarichi permanenti aggiuntivi;

Q_{∞} = carichi variabili di lunga durata.

Quando si deroga dal limite tra luce e spessore del solaio previsto da normativa, è proprio il valore Δv_{∞} che va contenuto entro i valori limite di progetto della freccia. In genere, le frecce andrebbero limitate ad un massimo di $\ell_2/250$, o $\ell_2/500$ quando siano presenti elementi costruttivi molto sensibili ai movimenti della struttura portante. In quest'ultimo caso, nelle verifiche vanno considerati soltanto gli spostamenti che si manifestano dopo la costruzione degli elementi costruttivi che possono subire danneggiamenti, mentre per quanto concerne gli effetti dei carichi imposti prima del loro montaggio, è sufficiente considerarne solo gli effetti viscosi.

4.4.4 Valutazione speditiva delle deformazioni in opera e a lungo termine (*PCI Manual for the Design of HC slabs and walls, 2015*)

La determinazione degli effetti a lungo termine risulta in generale complessa, dal momento che, al passare del tempo, si assiste ad una riduzione della precompressione dovuta alle perdite, mentre il modulo elastico del calcestruzzo aumenta. Le deformazioni finali corrispondenti alla fase di posa in opera del solaio e a lungo termine possono essere ottenute in modo speditivo a partire dai valori di deformazione istantanei (di cui al §4.4.3.1), opportunamente amplificati mediante i coefficienti di tabella 4.4. E' importante notare che in tal modo si ottengono i valori "finali" delle deformazioni, e non gli incrementi di deformazione dovuti agli effetti viscosi.

Condizione	**Senza cappa collaborante**	**Con cappa collaborante**
Al montaggio:		
Coeff. da applicare alla freccia elastica dovuta peso proprio dell'elemento prefabbricato al rilascio della precompressione (φ_G)	1.85	1.85
Coeff. da applicare alla controfreccia elastica dovuta alla precompressione al rilascio dei trefoli (φ_P)	1.80	1.80
A lungo termine:		
Coeff. da applicare alla freccia elastica dovuta peso proprio dell'elemento prefabbricato al rilascio della precompressione (φ_G)	2.70	2.40
Coeff. da applicare alla controfreccia elastica dovuta alla precompressione al rilascio dei trefoli (φ_P)	2.45	2.20
Coeff. da applicare alla freccia elastica dovuta ai carichi fissi (φ^*) *(*)*	3.00	3.00
Coeff. da applicare alla freccia elastica dovuta alla soletta collaborante (φ_t)	-	2.30

Tabella 4.4 Valori consigliati del coefficiente di viscosità (tratta da *PCI Manual for the Design of HC slabs and walls, 2015).*

(*) Secondo le indicazioni del PCI Manual for the Design of HC slabs and walls, il coefficiente φ^* va applicato soltanto ai sovraccarichi permanenti, mentre nell'interpretazione fornita dalla National Precast Concrete Association ("Hollowcore flooring – Technical Manual"), tale coefficiente andrebbe applicato anche ai carichi permanenti di lunga durata ($\psi_2 Q$).

4.5. Esempi numerici relativi alla verifica allo stato limite di deformazione

4.5.1 Solaio alveolare in semplice appoggio, senza cappa collaborante

Si valuti la deformazione di un solaio alveolare costituito da lastre h = 42 cm senza cappa superiore, conoscendo i seguenti dati:

G	=	6.72	(kN/m)	peso proprio della lastra alveolare
G_2	=	1.8	(kN/m)	peso del pavimento e del sottofondo
Q_k	=	6.0	(kN/m)	carico variabile
ψ_2	=	0.6		coefficiente di combinazione (es. ambienti ad uso commerciale)

Sono inoltre noti i seguenti dati relativi alle lastre:

f_{ck}	=	35	(MPa)	resistenza del calcestruzzo della lastra al trasferimento della precompressione
E_0	=	34000	(MPa)	modulo di elasticità all'istante del rilascio dei trefoli
E_1	=	36000	(MPa)	modulo elastico a 28gg
$P_{m,0}$	=	1051.11	(kN)	forza di precompressione (scontate le perdite immediate)
e_i	=	0.1083	(m)	eccentricità di $P_{m,0}$
ℓ_c	=	12.6	(m)	luce di calcolo
I_i	=	0.005488	(m^4)	momento d'inerzia

La controfreccia inziale causata dalla precompressione vale:

$$v_{0,P} = \frac{P_{m,0}\, e_i\, \ell_c^{\,2}}{8\, E_0\, I_i} = \frac{1051.11 \cdot 0.1083 \cdot 12.6^2}{8 \cdot 3.4 \cdot 10^7 \cdot 0.005488} \cdot 10^3 = -12.11\,\text{mm},$$

mentre inflessione prodotta dal peso proprio della lastra in semplice appoggio è pari a:

$$v_{0,G} = \frac{5}{384} \cdot \frac{G\, \ell_c^{\,4}}{E_0\, I_i} = \frac{5}{384} \cdot \frac{6.72 \cdot 12.6^4}{3.4 \cdot 10^7 \cdot 0.005488} \cdot 10^3 = 11.82\,\text{mm}$$

Quindi la controfreccia iniziale vale:

$v_0 = v_{0,P} + v_{0,G}$ =-12.11+11.82= -0.29 mm.

Utilizzando i coefficienti della precedente Tabella 4.4, al montaggio (tempo t_1) la deformazione del solaio è pari a:

$$v_1 = \varphi_P\, v_{0,P} + \varphi_G\, v_{0,G} = -1.8 \cdot 12.11 + 1.85 \cdot 11.82 = 0.07\,\text{mm}.$$

Le frecce elastiche dovute al sovraccarico permanente e ai carichi variabili valgono rispettivamente:

$$v_{G2} = \frac{5}{384} \cdot \frac{G_2\, \ell_c^{\,4}}{E_1\, I_i} = \frac{5}{384} \cdot \frac{1.80 \cdot 12.6^4}{3.6 \cdot 10^7 \cdot 0.005488} \cdot 10^3 = 2.99\,\text{mm}$$

$$v_Q = \frac{5}{384} \cdot \frac{Q\, \ell_c^{\,4}}{E_1\, I_i} = \frac{5}{384} \cdot \frac{6.0 \cdot 12.6^4}{3.6 \cdot 10^7 \cdot 0.005488} \cdot 10^3 = 9.97\,\text{mm}$$

Sempre con riferimento ai coefficienti di tabella 4.4, seguendo l'approccio proposto dal PCI Manual, la deformazione del solaio a lungo termine può essere stimata come:

$$v_\infty = \varphi_P\ v_{0,P} + \varphi_G\ v_{0,G} + \varphi^*\ v_{G2} + v_Q = -2.45 \cdot 12.11 + 2.70 \cdot 11.82 + 3.0 \cdot 2.99 + 9.97 = 21.19\ \text{mm}$$

mentre in accordo alla metodologia proposta dalla National Precast Concrete Association si avrebbe:

$$v_\infty = \varphi_P\ v_{0,P} + \varphi_G\ v_{0,G} + \varphi^*\ v_{G2} + \varphi^*\ \psi_2\ v_Q = -2.45 \cdot 12.11 + 2.70 \cdot 11.82 + 3.0 \cdot 2.99 + 3.0 \cdot 0.6 \cdot 9.97$$
$$= 29.16\ \text{mm}$$

Il rapporto luce/freccia ottenuto con i 2 approcci illustrati è quindi rispettivamente pari a:

$$\frac{\ell_c}{21.19} \cong 595 \text{ e } \frac{\ell_c}{29.16} \cong 432.$$

4.5.2 Solaio alveolare in semplice appoggio, con cappa collaborante

Si valuti la deformazione di un solaio alveolare costituito da lastre h = 36 cm con cappa superiore di 6 cm [solaio in opera h = 42 cm], conoscendo i seguenti dati:

G	=	5.42	(kN/m)	peso proprio della lastra alveolare
G_1	=	1.8	(kN/m)	peso della soletta collaborante
G_2	=	1.8	(kN/m)	peso del pavimento e del sottofondo
Q_k	=	6.0	(kN/m)	carico variabile
ψ_2	=	0.6		coefficiente di combinazione (es. ambienti ad uso commerciale)

Sono inoltre noti i seguenti dati relativi alle lastre:

f_{ck}	=	35	(MPa)	resistenza del calcestruzzo della lastra al trasferimento della precompressione
E_0	=	34000	(MPa)	modulo di elasticità all'istante del rilascio dei trefoli
E_1	=	36000	(MPa)	modulo elastico a 28gg
$P_{m,0}$	=	1024	(kN)	forza di precompressione (scontate le perdite immediate)
e_i	=	0.096	(m)	eccentricità di $P_{m,0}$
ℓ_c	=	12.6	(m)	luce di calcolo
I_i	=	0.003218	(m^4)	momento d'inerzia della lastra rasata
I_0	=	0.00635	(m^4)	momento d'inerzia della sezione composta

La controfreccia inziale causata dalla precompressione vale:

$$v_{0,P} = \frac{P_{m,0}\ e_i\ \ell_c^{\,2}}{8\ E_0\ I_i} = \frac{1024 \cdot 0.096 \cdot 12.6^2}{8 \cdot 3.4 \cdot 10^7 \cdot 0.003218} \cdot 10^3 = -17.83\ \text{mm},$$

mentre l'inflessione prodotta dal peso proprio della lastra in semplice appoggio è pari a:

$$v_{0,G} = \frac{5}{384} \cdot \frac{G\,\ell_c^{\,4}}{E_0\,I_i} = \frac{5}{384} \cdot \frac{5.42 \cdot 12.6^4}{3.4 \cdot 10^7 \cdot 0.003218} \cdot 10^3 = 16.26\,\text{mm}$$

Quindi la controfreccia iniziale vale:

$v_0 = v_{0,P} + v_{0,G}$ =-17.83+16.26= -1.57 mm.

La freccia elastica dovuta al peso proprio della cappa è pari a:

$$v_{G1} = \frac{5}{384} \cdot \frac{G_1\,\ell_c^{\,4}}{E_1\,I_i} = \frac{5}{384} \cdot \frac{1.8 \cdot 12.6^4}{3.6 \cdot 10^7 \cdot 0.003218} \cdot 10^3 = 5.1\,\text{mm}$$

Utilizzando i coefficienti di tabella 4.4, al montaggio (tempo t_1) la deformazione del solaio è pari a:

$$v_1 = \varphi_P\ v_{0,P} + \varphi_G\ v_{0,G} = -1.8 \cdot 17.83 + 1.85 \cdot 16.26 = -2.02\ \text{mm};$$

mentre subito dopo il getto della cappa, la deformazione vale:

$$v_1^* = v_1 + v_{G1} = -2.02 + 5.1 = 3.08\,\text{mm}.$$

Le frecce elastiche dovute al sovraccarico permanente e ai carichi variabili valgono rispettivamente:

$$v_{G2} = \frac{5}{384} \cdot \frac{G_2\,\ell_c^{\,4}}{E_1\,I_0} = \frac{5}{384} \cdot \frac{1.80 \cdot 12.6^4}{3.6 \cdot 10^7 \cdot 0.00635} \cdot 10^3 = 2.58\,\text{mm}$$

$$v_Q = \frac{5}{384} \cdot \frac{Q\,\ell_c^{\,4}}{E_1\,I_0} = \frac{5}{384} \cdot \frac{6.0 \cdot 12.6^4}{3.6 \cdot 10^7 \cdot 0.00635} \cdot 10^3 = 8.61\,\text{mm}$$

Sempre con riferimento ai coefficienti di tabella 4.4, seguendo l'approccio proposto dal PCI Manual, la deformazione del solaio a lungo termine può essere stimata come:

$$v_\infty = \varphi_P\ v_{0,P} + \varphi_G\ v_{0,G} + \varphi_{G1}\ v_{G1} + \varphi^*\ v_{G2} + v_Q = -2.2 \cdot 17.83 + 2.4 \cdot 16.25 + 2.3 \cdot 5.1 + 3.0 \cdot 2.58 + 8.61$$
$$= 27.88\,\text{mm}$$

Con riferimento all'approccio proposto dalla National Precast Concrete Association, la deformazione a lungo termine del solaio con cappa collaborante deve essere valutata considerando solo le componenti "a lungo termine" dei moltiplicatori applicati alle frecce elastiche dovute alla precompressione, al peso proprio del solaio e al peso proprio della cappa. Pertanto, è necessario sottrarre ai moltiplicatori di tabella 4.4 la componente di deformazione elastica (ad esempio la componente "a lungo termine" del moltiplicatore della freccia elastica dovuta alla precompressione sarà 2.2-1=1.2). Si avrebbe quindi:

$$v_\infty = (\varphi_P - 1)\,v_{0,P} + (\varphi_G - 1)\,v_{0,G} + (\varphi_{G1} - 1)\,v_{G1} + \varphi^*\,v_{G2} + \varphi^*\,\psi_2\ v_Q$$
$$= -1.2 \cdot 17.83 + 1.4 \cdot 16.25 + 1.3 \cdot 5.1 + 3.0 \cdot 2.58 + 3.0 \cdot 0.6 \cdot 8.61 = 31.25\,\text{mm}$$

Il rapporto luce/freccia ottenuto con i 2 approcci illustrati è quindi rispettivamente pari a:

$$\frac{\ell_c}{27.88} \cong 452 \text{ e } \frac{\ell_c}{31.25} \cong 403.$$